ELECTROCINÉTIQUE

CALCULATRICES AUTORISÉES

I. Pont de Wheastone

On considère un pont de Wheastone purement résistif, alimenté par un générateur idéal de courant (Fig. 1), avec lequel on souhaite réaliser des mesures de température.

1. Déterminer, par la méthode de votre choix, la tension $u_{AB} = V_A - V_B$ en fonction des résistances R_1, R_2, R_3 et R_4, et du courant électromoteur I_0.

2. On dit que le pont est équilibré lorsque $u_{AB} = 0$. Quelle relation simple est vérifiée par les résistances dans ce cas ?

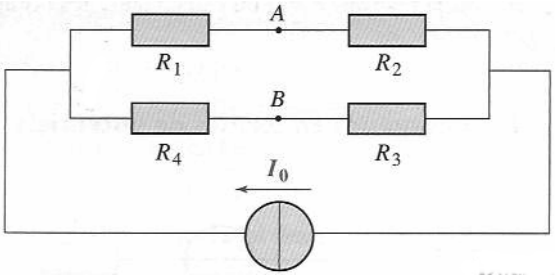

FIGURE 1 – Pont de Wheastone résistif.

Dans le pont du schéma ci-dessous (Fig. 2), tous les éléments sauf X sont maintenus à la température du laboratoire, supposée fixe.

X est une résistance de platine dont la valeur varie avec la température θ (en degrés Celsius °C) selon la relation :

$$X = X_0(1 + a\theta)\,,$$

avec $X_0 = 50,0\,\Omega$ et $a = 0,40 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$. R est une résistance réglable, V est un voltmètre supposé idéal, et les résistances r sont supposées identiques avec $r = 1000\,\Omega$. Le générateur débite un courant d'intensité $I_0 = 5,00\,\mathrm{mA}$. On néglige la résistance des fils de jonction.

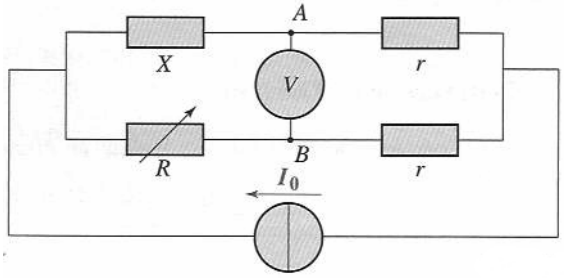

FIGURE 2 – Montage de mesure de température à l'aide d'une thermistance.

3. Le pont étant initialement équilibré pour la température $\theta_0 = 100°\mathrm{C}$, une variation de température $\Delta\theta = 0,01°\mathrm{C}$ est imposée à la résistance de platine.
Exprimer puis calculer la tension u_{AB} due à cette variation de température.

Le pont étant initialement équilibré pour la température $\theta_0 = 100°\mathrm{C}$, les jonctions (connections des bornes de X) font apparaître une f.e.m parasite en série avec X, par effet thermoélectrique [1] (cf Fig. 3).

4. Quelle est la tension u_{AB} due à cette f.e.m parasite ?
Quelle est la valeur numérique maximale admissible de e_0 pour que la variation de température $\Delta\theta$ du **3.** puisse être décelée malgré la f.e.m parasite ?

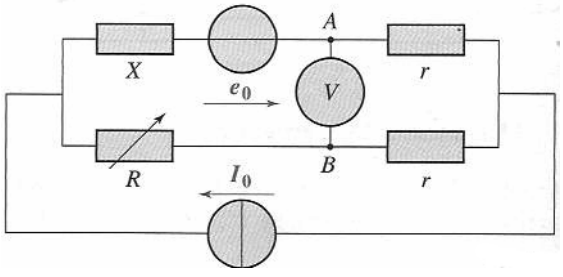

FIGURE 3 – Apparition d'une f.e.m parasite.

1. Les effet thermoélectriques apparaissent au niveau de jonctions entre des conducteurs de natures différentes, et traduisent un couplage entre les phénomènes thermiques et électriques à cause de l'agitation thermique (l'effet SEEBECK, apparition d'une différence de potentiel due à une différence de température, ou l'effet PELTIER qui est le contraire).

II. Supercondensateurs

II.1. Mesure d'une capacité de condensateur

Dans cette partie , on souhaite mesurer expérimentalement la capacité C d'un condensateur. Une méthode consiste à soumettre le dipôle { condensateur + conducteur ohmique de résistance R } associés en série à un échelon de tension, et d'analyer la réponse temporelle de ce dipôle à cette excitation. Le condensateur est initialement déchargé et le conducteur ohmique a pour résistance $R = 1,00 \pm 0,01\,\text{k}\Omega$.

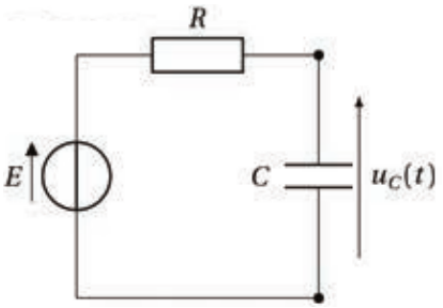

FIGURE 4 – Circuit d'étude.

À l'instant de date $t = 0$, le dipôle $\{RC\}$ est soumis à une tension constante E (Fig. 4). Un système d'acquisition permet d'enregistrer tous les $\Delta t = 0,10\,\text{ms}$ la tension u_c aux bornes du condensateur.

On obtient le graphe $u_C = f(t)$ ci-dessous (Fig. 5). La courbe de réponse obtenue permet raisonnablement de suggérer un comportement du premier ordre.

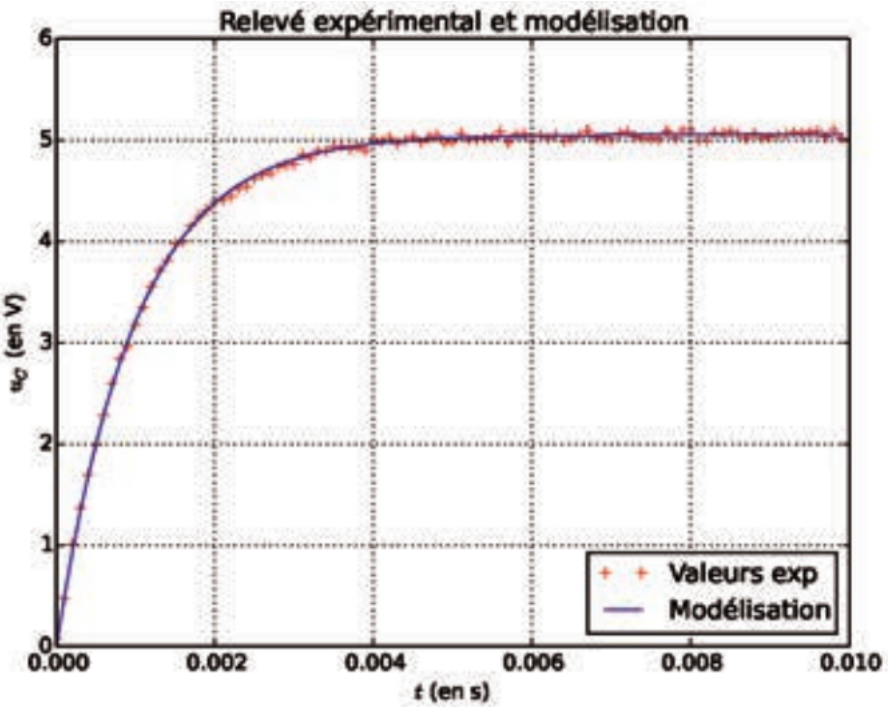

FIGURE 5 – Relevé expérimental et ajustement.

1. Établir l'équation différentielle satisfaite par u_c et la mettre sous forme canonique en introduisant un temps caractéristique τ.
2. À l'aide du relevé expérimental fourni en Fig. 5, déterminer une estimation de τ et de E, et on proposera une incertitude. On explicitera la méthode.
3. En déduire une estimation de la capacité du condensateur, et son incertitude.

II.2. Supercondensateurs

L'utilisation d'un système de stockage d'énergie est souvent nécessaire pour les applications de type traction électrique. Le composant de stockage est utilisé :

- *dans les systèmes isolés où il alimente des dispositifs demandant une énergie réduite ;*

- *dans les systèmes hybrides où il joue un rôle en terme d'apport de puissance ou d'énergie selon l'application (par exemple phases de freinage ou d'accélération).*

Jusqu'à présent, les systèmes les plus utilisés sont les accumulateurs, qui ont une puissance spécifique *(puissance par unité de masse) et autonomie relativement élevées. Les condensateurs classiques ont une autonomie insuffisante, mais possède une puissance spécifique incomparable. Les supercondensateurs apparaissent comme des composants intermédiaires en terme de propriétés énergétiques, qui les rendent très intéressants car ils n'ont pratiquement pas de concurrents dans ce domaine.*

Leur principe repose sur une augmentation de la capacité via l'utilisation d'électrodes poreuses aux surfaces très importantes, et situées à des distances très faibles (principe de la double couche électrochimique avec présence d'un électrolyte).
Leur comportement électrocinétique est plus complexe que celui des condensateurs classiques. Un modèle électrocinétique simple consiste à l'assimiler à un condensateur de capacité C_0 associé en série à un conducteur ohmique de résistance R_0 (Fig. 6).

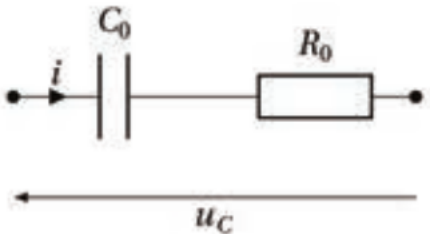

FIGURE 6 – Modèle électrocinétique équivalent au supercondednsateur.

On soumet le supercondensateur, initialement chargé sous la tension U_0, à une impulsion de courant d'intensité $I = 100\,\text{A}$ constante pendant la durée $\Delta t = 10\,s$ (Fig. 7). On obtient le relevé de la tension $u_c = f(t)$ ci-dessous (Fig. 8).

4. Établir l'expression de la tension $u_c = f(t)$ pendant la phase de charge à courant constant, ainsi que les valeurs de $u_c(0^-)$ et $u_c(\Delta t^+)$.

5. À partir du relevé expérimental (Fig. 8), estimer la résistance R_0 et la capacité C_0 du modèle équivalent. On explicitera le raisonnement, et on commentera les valeurs obtenues.

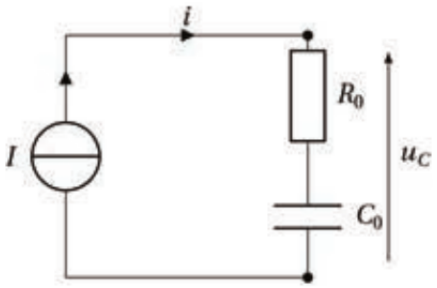

FIGURE 7 – Schéma du circuit réalisé.

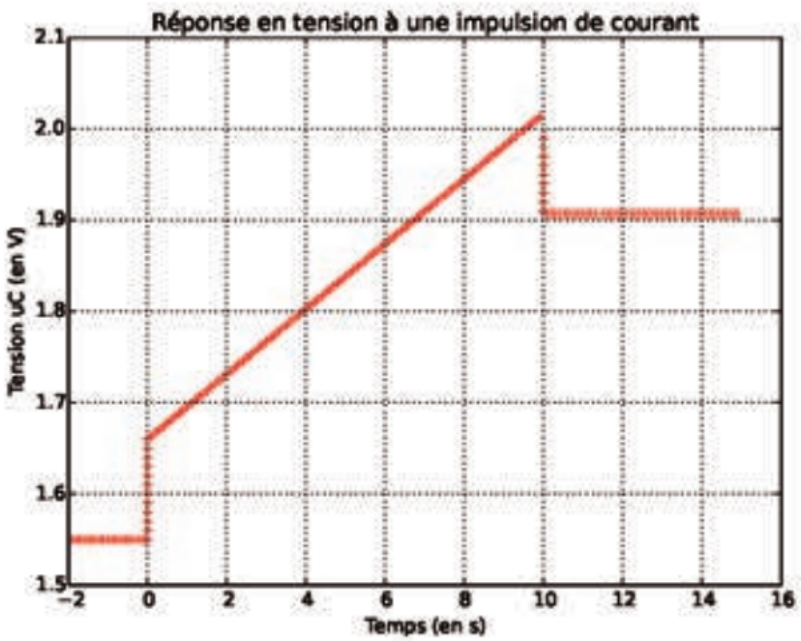

FIGURE 8 – Réponse du supercondensateur à une impulsion de courant.

Dans les applications industrielles utilisant des supercondensateurs, ces derniers peuvent être associés en série ou en dérivation.

6. **a)** On associe deux supercondensateurs (C_0, R_0) identiques en série. Montrer que ce dipôle global est équivalent à l'association en série d'une capacité C_s et d'une résistance R_s dont on donnera les expressions en fonction de C_0 et R_0.

b) Généraliser ensuite ce résultat à une association en série de n supercondensateurs identiques.

7. **a)** Montrer que pour un unique supercondensateur , la tension u_c à laquelle il est soumis et le courant i qui le parcourt (selon la convention Fig. 6) vérifient l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C_0} + R_0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

b) On associe maintenant deux supercondensateurs (C_0, R_0) identiques en dérivation. Montrer que ce dipôle global est équivalent à l'association en série d'une capacité C_d et d'une résistance R_d dont on donnera les expressions en fonction de C_0 et R_0.

c) Généraliser ensuite ce résultat à une association en dérivation de m supercondensateurs identiques.

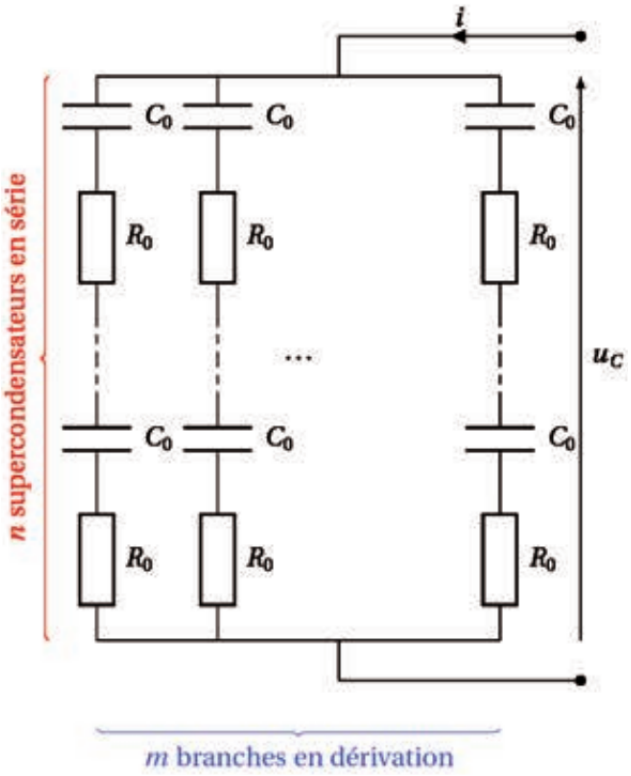

FIGURE 9 – Matrice de supercondensateurs.

8. On envisage maintenant la matrice (n, m) de supercondensateurs (C_0, R_0) représentée en Fig. 9. En utilisant les résultats précédents, établir que le modèle électrocinétique équivalent à cette matrice est constitué d'une capacité $C_{n,m}$ associée en série avec une résistance $R_{n,m}$, dont on donnera les expressions en fonction de C_0, R_0, de n et m.