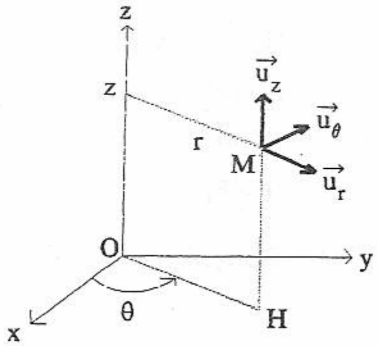
LES COORDONNEES CYLINDRIQUES



Les coordonnées cylindriques du point M sont : (r,θ,z)

- $r = OH$ est le rayon polaire. $r \in [0,+\infty[$
- $\theta = (Ox,OH)$ est l'angle polaire. $\theta \in [0,2\pi]$
- z est la côte. $z \in]-\infty,+\infty[$

La base cylindrique induite par M est : $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$

- $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire radial
- $\vec{u}_\theta$ est le vecteur unitaire orthoradial

Lien entre coordonnées cylindriques et cartésiennes : $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \\ z = z \end{cases}$

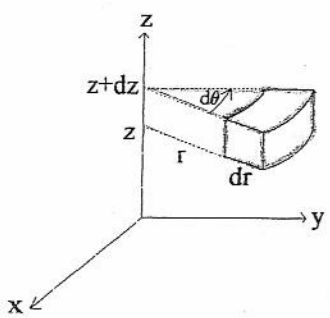
Lien entre base cylindrique et base cartésienne : $\begin{cases} \vec{u}_r = \cos\theta\vec{u}_x + \sin\theta\vec{u}_y \\ \vec{u}_\theta = -\sin\theta\vec{u}_x + \cos\theta\vec{u}_y \\ \vec{u}_z = \vec{u}_z \end{cases}$

Vecteur position : $\boxed{\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z}$

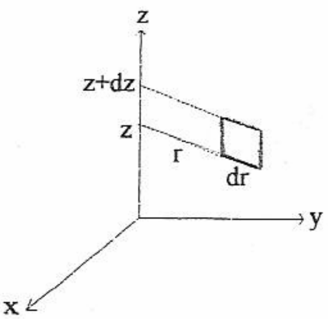
Déplacement élémentaire : $\boxed{d\vec{r} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z}$

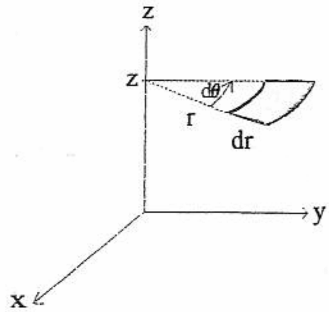
Volume élémentaire :

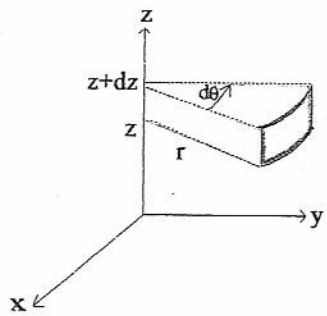
$\boxed{d\tau = dr.rd\theta.dz}$



Surfaces élémentaires :

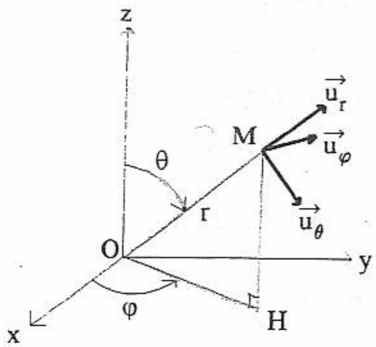






$\boxed{dS = dr.dz}$ $\boxed{dS = dr.rd\theta}$ $\boxed{dS = rd\theta.dz}$

LES COORDONNEES SPHERIQUES



Les <u>coordonnées sphériques</u> du point M sont : (r,θ,φ)

- $r = OM$ est le rayon vecteur. $r \in [0,+\infty[$
- $\theta = (Oz,OM)$ est la colatitude. $\theta \in [0,\pi]$
- $\varphi = (Ox,OH)$ est l'azimut. $\varphi \in [0,2\pi]$

La <u>base sphérique</u> induite par M est : $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$

Lien entre coordonnées sphériques et cartésiennes : $\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$

Lien entre base sphérique et base cartésienne : $\begin{cases} \vec{u}_r = \sin\theta\cos\varphi\vec{u}_x + \sin\theta\sin\varphi\vec{u}_y + \cos\theta\vec{u}_z \\ \vec{u}_\theta = \cos\theta\cos\varphi\vec{u}_x + \cos\theta\sin\varphi\vec{u}_y - \sin\theta\vec{u}_z \\ \vec{u}_\varphi = -\sin\varphi\vec{u}_x + \cos\varphi\vec{u}_y \end{cases}$

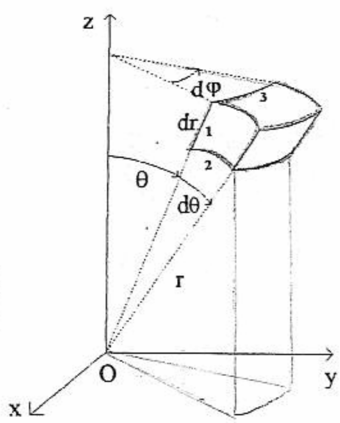
<u>Vecteur position</u> : $\boxed{\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r}$

<u>Déplacement élémentaire</u> : $\boxed{d\vec{r} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + r\sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi}$

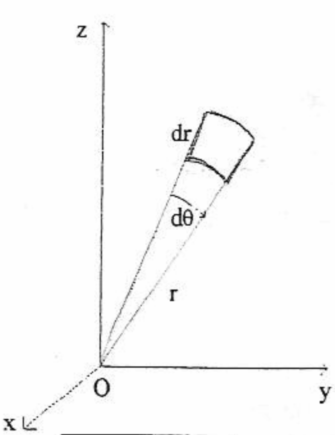
<u>Volume élémentaire</u> :

Côté 1 de longueur dr
Côté 2 de longueur rdθ
Côté 3 de longueur rsinθdφ

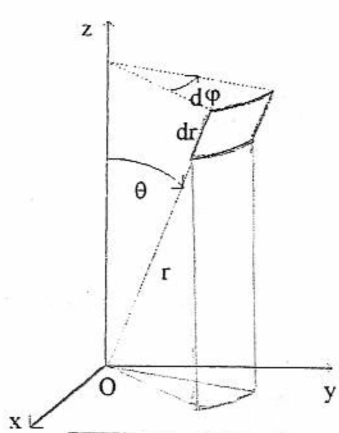
$\boxed{d\tau = dr.rd\theta.r\sin\theta d\varphi = r^2 dr\sin\theta d\theta d\varphi}$



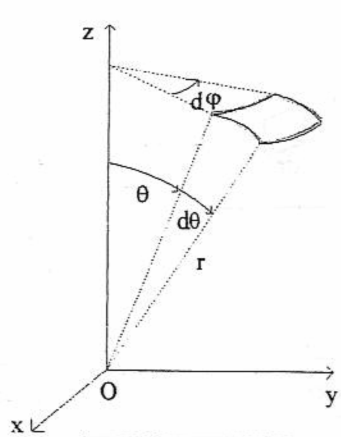
<u>Surfaces élémentaires</u> :



$\boxed{dS = dr.rd\theta}$



$\boxed{dS = r\sin\theta d\varphi.dr}$



$\boxed{dS = rd\theta.r\sin\theta d\varphi}$