

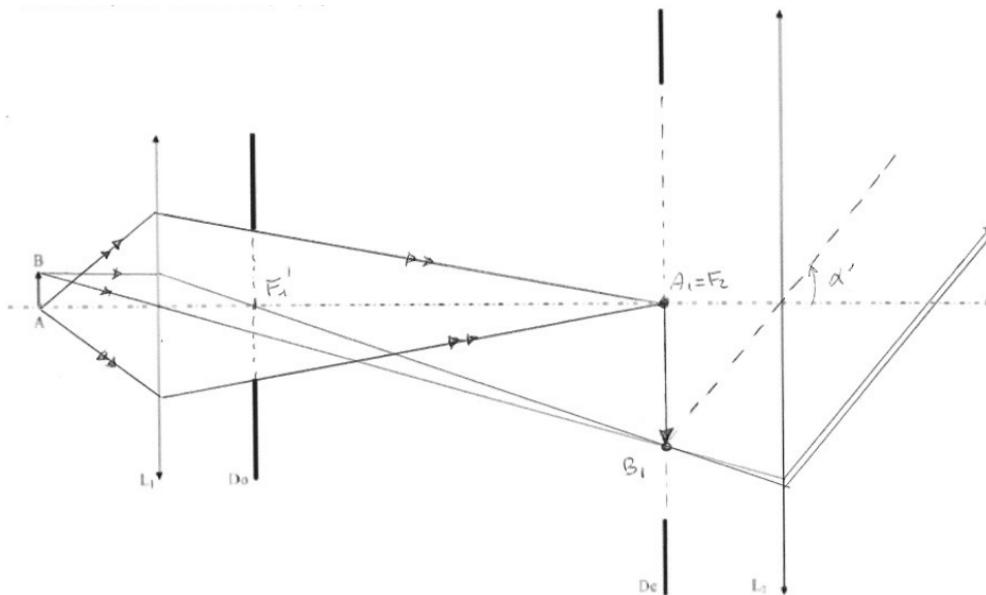
OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ET ÉLECTRICITÉ

I. Étude du microscope optique dans le cadre de l'optique géométrique

I.1. Grossissement

1. Dans les conditions de Gauss les lentilles sont stigmatiques. L'image d'un point objet B par L_1 est donc obtenue par intersection de la portion émergente de deux rayons remarquables (à 1 seul chevron ci-dessous) : celui incident parallèle à l'axe optique, qui émerge en passant par F'_1 , et celui passant par O_1 qui est non dévié. L'image A_1 de l'objet A est sur l'axe, et est obtenue par aplanétisme.

Comme cette image intermédiaire est située dans le plan focal objet de L_2 , on a $A_1 = F_2$ et B_1 est un foyer objet secondaire de L_2 . Ainsi son image est à l'infini dans la direction donnée par le rayon non dévié passant par O_2 .



2. On s'appuie sur le schéma ci-dessus, en considérant $\overline{A_1 B_1}$ en tant qu'objet pour l'oculaire :

- À l'œil nu et à une distance d_m , l'objet serait vu sous l'angle α petit vérifiant : $\tan \alpha = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{d_m} \approx \alpha$.
- À travers l'oculaire, l'image étant à l'infini elle est vue sous l'angle : $\alpha' \approx \tan \alpha' = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2} \approx \alpha$.

On en déduit

$$G_{c,oc} = \frac{d_m}{f'_2} \Leftrightarrow f'_2 = \frac{d_m}{G_{c,oc}} = 2,5 \text{ cm}.$$

3. D'après la relation de Newton, le grossissement vérifie

$$\gamma_{ob} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'_1 A_1}}{f'_1} = -\frac{\Delta}{f'_1} \Rightarrow f'_1 = \frac{\Delta}{|\gamma_{ob}|} = 8,0 \text{ mm}.$$

4. En l'absence de microscope, l'objet \overline{AB} est vu de la distance d_m sous un angle $\alpha \approx \tan \alpha = -\frac{\overline{AB}}{d_m}$. On en déduit

$$G_c = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| \approx \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2} \cdot \frac{d_m}{\overline{AB}} \quad \text{d'où} \quad \boxed{G_c = |\gamma_{ob}| \cdot G_{c,oc}} = 200.$$

I.2. Autres caractéristiques visuelles

Latitude de mise-au-point

5. L'image de A_∞ par L_1 est en F_2 donc d'après la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F_1 A_\infty} = -\frac{f_1'^2}{F'_1 F_2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\overline{F_1 A_\infty} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}} = -0,40 \text{ mm}.$$

L'objet est **extrêmement proche** du foyer objet de l'objectif (à 5% de la distance focale).

6. On note les conjugaisons suivantes : $A_m \xrightarrow{L_1} A_{m1} \xrightarrow{L_2} A'_m$ avec $\overline{F'_2 A'_m} = -d_m$. De nouveau les relations de Newton sont utilisées :

$$\overline{F_1 A_m} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F'_1 A_{m1}}} \quad \text{avec} \quad \overline{F'_1 A_{m1}} = \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 A_{m1}} = \Delta + \overline{F_2 A_{m1}} \quad \text{et} \quad \overline{F_2 A_{m1}} = -\frac{f_2'^2}{\overline{F'_2 A'_m}} = \frac{f_2'^2}{d_m}.$$

Cela conduit à $\overline{F_1 A_m} = -\frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}}$. Or $\mathcal{L}_{am} = \overline{A_\infty F_1} + \overline{F_1 A_m}$ donc

$$\mathcal{L}_{am} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} - \frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} \left(1 - \left(1 + \frac{f_2'^2}{d_m \Delta} \right)^{-1} \right) = 6,2 \mu\text{m}.$$

L'intervalle de réglage possible est donc **extrêmement étroit** et nécessite l'usage de **vis micrométriques**.

Les diaphragmes du microscope

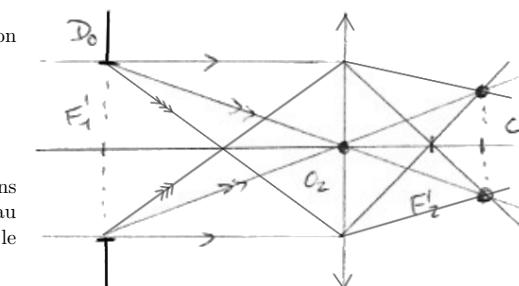
7. On trace deux rayons extrêmes issus de l'objet A et passant par les bords de D_o (cf figure ci-contre), les rayons à 2 chevrons). Le faisceau ainsi défini converge en $A_1 = F_2$, c'est-à-dire au niveau de D_c . Plus R_{DO} est grand plus ce faisceau maximal sera d'angle au sommet important, donc plus la quantité de lumière entrant dans l'instrument sera grande, et donc plus la luminosité de l'image A' sera forte. Ceci est toujours vrai pour tous les points constituant l'objet observé par le microscope. Par contre D_c ne joue pas sur cette luminosité puisque chaque faisceau est toujours réduit à un point au niveau de D_c .

8.

Le centre de D_o est F'_1 , donc la relation de Newton conduit à

$$\overline{F'_2 C} = -\frac{f_2'^2}{\overline{F_2 F'_1}} = \frac{f_2'^2}{\Delta} = 3,9 \text{ mm}.$$

Tout rayon passant à l'intérieur de D_o passera dans le cercle oculaire. En plaçant la pupille de l'œil au niveau de ce cercle oculaire, l'œil va capter tout le flux lumineux déterminé par l'ouverture de D_o .



9. Le diaphragme de champ D_c est situé dans le plan de l'image intermédiaire, donc il limite la taille de cette dernière : $A_1 B_1$ doit être inférieur à $2R_{DC}$ (avec A_1 et B_1 hors de l'axe optique). Par conséquent **cela limite la taille AB des objets observables** via le grossissement, c'est-à-dire le champ AB_{max} :

$$|\gamma_{ob}| = \frac{2R_{DC}}{AB_{max}} \Leftrightarrow \boxed{AB_{max} = \frac{2R_{DC}}{|\gamma_{ob}|}} = 0,8 \text{ mm}.$$

10. L'ajout du verre de champ convergent nécessite que l'image A_1B_1 par l'objectif soit en arrière de D_c , et donc un objet virtuel pour L_3 . Par conséquent L_3 induit un agrandissement supplémentaire vérifiant

$$\gamma_3 = \frac{f'_3}{F_3 A_1} = \frac{f'_3}{F_3 O_3 + O_3 A_1} = \frac{f'_3}{F_3 A_1} = \frac{f'_3}{f'_3 + O_3 A_1} < 1$$

donc le champ est maintenant limité par la valeur du agrandissement global lié à L_1 et L_3 :

$$|\gamma_{\text{obj}} \cdot \gamma_3| = \frac{2R_{\text{DC}}}{AB_{\text{max}}} \Leftrightarrow AB_{\text{max}} = \frac{2R_{\text{DC}}}{|\gamma_{\text{obj}} \cdot \gamma_3|} > \frac{2R_{\text{DC}}}{|\gamma_{\text{obj}}|}.$$

Le champ est donc supérieur au cas d'un oculaire à une seule lentille.

II. Circuit à plusieurs lampes

1. a) La puissance reçue par R' est $\mathcal{P}_J = ui = \frac{u^2}{R'}$. La loi du pont diviseur de tension conduit alors à

$$u = \frac{R'}{R + R'} E \Rightarrow \mathcal{P}_J = \frac{R' E^2}{(R + R')^2}.$$

b) En dérivant \mathcal{P}_J par rapport à R' on obtient un maximum pour $R' = R$ avec $\mathcal{P}_{J\text{max}} = \frac{E^2}{4R}$.

2. a) On calcule le courant global grâce à la loi des mailles et la résistance équivalente :

$$E = R_{eq}i \Leftrightarrow i = \frac{E}{R_{eq}} \quad \text{avec} \quad R_{eq} = R + \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R_L} \right)^{-1} = R + R_L \left(1 + \frac{R_L}{R'} \right)^{-1}.$$

Puis la loi du pont diviseur de courant permet de conclure :

$$i_L = i \frac{R'}{R' + R_L} \quad \text{d'où} \quad i_L = \frac{E}{\left(1 + \frac{R_L}{R'} \right) \left(R + R_L \left(1 + \frac{R_L}{R'} \right)^{-1} \right)} = \frac{E}{R \left(1 + \frac{R_L}{R'} \right) + R_L}.$$

Remarque : il n'est pas possible de réutiliser l'expression précédente de u , ni même de i , car la présence de R_L change i et u .

b) On obtient $i_L = 0,22 \text{ A}$. La lampe n'est donc pas pleinement allumée.

3. a) On obtient une nouvelle résistance équivalente inférieure à la précédente :

$$R'_{eq} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_0} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R_L} \right)^{-1} = R \left(1 + \frac{R}{R_0} \right)^{-1} + R_L \left(1 + \frac{R_L}{R'} \right)^{-1} < R_{eq}$$

donc le courant $i = \frac{E}{R'_{eq}}$ sera supérieur au précédent, et donc i_L sera aussi supérieur car on n'a pas modifié le pont diviseur de courant donnant i_L . Ainsi, la lampe brillera plus fort que précédemment.

Le calcul consiste à remplacer R par $R \left(1 + \frac{R}{R_0} \right)^{-1}$ dans l'expression précédente, donc

$$i_L = \frac{E}{R \left(1 + \frac{R}{R_0} \right)^{-1} \left(1 + \frac{R_L}{R'} \right) + R_L} = 0,32 \text{ A}.$$

La lampe est donc pleinement allumée.

b) On en déduit la puissance et l'énergie reçues et dissipées par la lampe :

$$\mathcal{P}_L = R_L i_L^2 \quad \text{d'où} \quad W_L = \mathcal{P}_L \Delta t = 21,8 \text{ kJ}.$$

III. Télégraphe sans fil (d'après IPHO 2018)

1. À tout instant, $u_e = u_1 - u_2$. Les tensions aux bornes des condensateurs évoluent de façon continue donc u_e aussi¹, et les condensateurs sont déchargés initialement, donc

$$u_e(0) = u_1(0) - u_2(0) = 0 < U_E$$

Donc l'éclateur est dans l'état interrupteur ouvert au départ juste après la fermeture de l'interrupteur.

2. Tant que l'éclateur est un interrupteur ouvert, aucun courant ne circule à travers lui donc la maille élémentaire de droite (LC_2) n'est plus reliée à celle de gauche par un courant.

Cette dernière peut donc être considérée seule (ci-contre), et vérifie

$$\forall t \in]0, t_1[, \frac{du_1}{dt} + u_1 = E \quad \text{avec} \quad [\tau = RC_1].$$

Le second membre étant constant, la solution s'écrit

$$u_1(t) = E + \lambda e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

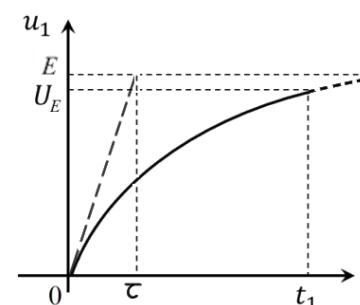
La condition de continuité initiale donne

$$u_1(0) = 0 = E + \lambda \rightarrow \lambda = -E \quad \text{d'où} \quad u_1(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

3. On passe à la limite en t_1 par continuité de u_1 :

$$u_1(t_1) = U_E = E \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right) \Leftrightarrow t_1 = -\tau \ln \left(1 - \frac{U_E}{E} \right).$$

4.



$$5. R = -\frac{t_1}{C_1 \ln \left(1 - \frac{U_E}{E} \right)} = 1,0 \times 10^3 \Omega.$$

6. À l'issue de cette phase de ré-équilibrage des charges, on doit avoir, par respect de la loi des mailles :

$$u_1(t_1^+) = u_2(t_1^+) = U_0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{q_1(t_1^+)}{C_1} = \frac{q_2(t_1^+)}{C_2}$$

De plus la charge totale est conservée donc

$$q_1(t_1^+) + q_2(t_2^+) = q_1(t_1^-) = C_1 U_E$$

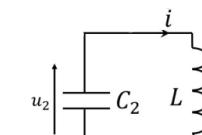
$$\text{En combinant ces deux relations on trouve } U_0 = \frac{U_E}{1 + \frac{C_2}{C_1}}.$$

7. On a donc $U_0 \ll U_E$, et donc $q_1(t_1^+) \ll C_1 U_E = q_1(t_1^-)$. Donc le condensateur 1 s'est quasi intégralement déchargé.

8. La maille élémentaire de droite se trouve indépendante de celle de gauche puisque l'éclateur est en état interrupteur ouvert.

La loi des mailles s'écrit $u_2 = L \frac{di}{dt}$ avec $i = -C_2 \frac{du_2}{dt}$ d'où l'équation différentielle

$$\forall t' \in]0, t_1[, \ddot{u}_2 + \omega_0^2 u_2 = 0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}}.$$



1. La conversion en simple fil de l'éclateur va toutefois impliquer une discontinuité puisque la tension u_e va brutalement passer de U_E à 0, ce qui est une contradiction liée à la modélisation de l'éclateur.

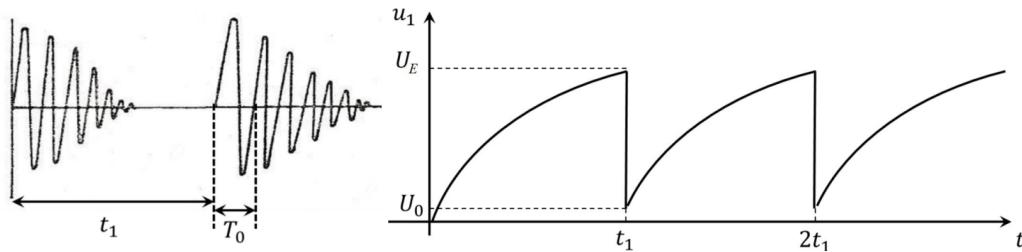
La solution générale s'écrit $u_2(t') = A \cos(\omega_0 t') + B \sin(\omega_0 t')$ avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$. Les conditions initiales sur les grandeurs continues u_2 (tension aux bornes d'un condensateur) et i (courant à travers une bobine) permettent d'obtenir les constantes d'intégration :

- $u_2(t' = 0) = U_0 = A$;
- $i(t' = 0) = 0 = -C_2 \dot{u}_2(t' = 0) = B\omega_0 \Rightarrow B = 0$.

Finalement $\forall t' \in]0, t_1[$, $u_2(t') = U_0 \cos(\omega_0 t')$ qui oscille de façon harmonique à la période $T_0 = 2\pi\sqrt{LC_2}$.

9. À l'instant initial $t' = 0$, le stock d'énergie est exclusivement contenu dans la capacité C_2 , et vaut $\mathcal{E}_{\text{el}}(0) = \frac{1}{2}C_2U_0^2$. Lorsque les oscillations ont disparu on a $u_2 = 0$ et $i = 0$ donc le stock d'énergie est nul. L'énergie transmise à l'antenne au cours du cycle est donc $W_a = \frac{1}{2}C_2U_0^2$.

10. On obtient les graphes suivants.



11. En présence de la résistance r l'équation différentielle sera

$$\forall t' \in]0, t_1[\quad \ddot{u}_2 + \frac{2}{\tau_2} \frac{du_2}{dt'} + \omega_0^2 u_2 = 0 \quad \text{avec} \quad \tau_2 = 2\frac{L}{r}.$$

Les oscillations correspondent à un régime pseudo-périodique, dont le temps caractéristique d'amortissement est τ_2 . Par convention considérons que les oscillations doivent perdurer au minimum à 5% de leur valeur initiale à la date $t_1/2$, ce qui impose

$$3\tau_2 \geq \frac{t_1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \left[\frac{L}{r} \geq \frac{t_1}{12} \right].$$

12. On retient couramment et de façon large le domaine audible suivant pour les fréquences : $f \in [20 \text{ Hz}; 20 \text{ kHz}]$ (la limite supérieure est affectée par l'âge...).

Ici la fréquence de réception des trains d'ondes successifs est de $f_1 = \frac{1}{t_1} = 400 \text{ Hz}$, ce qui est parfaitement audible.

13. La fréquence d'émission est celle correspondant à l'échelle de temps courte T_0 , celle des oscillations de chaque train d'onde. Elle est donc modifiable en utilisant une capacité C_2 réglable, ou une bobine d'inductance L réglable.

Remarque : l'étape de filtrage au niveau de récepteur permet de choisir la fréquence voulue et donc le canal de communication voulu.