

THERMODYNAMIQUE

I. Fuites thermiques par les vitres d'une maison

- On considère le système {billes + eau + calorimètre} entre l'état initial dans le calorimètre et l'état d'équilibre final. La variation des énergies cinétique et potentielle de pesanteur est nulle en l'absence de tout mouvement. Le premier principe pour une transformation isobare¹ se réduit donc à

$$\Delta H_{billes+eau+calorimetre} = Q = 0$$

car l'enceinte est calorifugée et la transformation supposée adiabatique. Par extensivité de l'enthalpie, on décompose :

$$m_{verre} c_{verre} (T_{eq} - T_1) + (M + m_{eq}) c_{eau} (T_{eq} - T_2) = 0 \quad \text{avec} \quad m_{verre} = N d \rho_{eau} \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\delta}{2}\right)^3$$

$$\text{d'où} \quad c_{verre} = \frac{6(M + m_{eq}) c_{eau} (T_{eq} - T_2)}{N d \rho_{eau} \pi \delta^3 (T_1 - T_{eq})} = 0,87 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

- La transformation étant adiabatique, la variation d'entropie, grandeur extensive, égale l'entropie créée :

$$\Delta S_{billes+eau+calorimetre} = S_c = m_{verre} c_{verre} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + (M + m_{eq}) c_{eau} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_2}\right) = 0,76 \text{ J.K}^{-1},$$

où les variations ont été obtenue à partir de l'identité thermodynamique $dU = TdS - PdV$ (ce qui correspond à un chemin réversible) à volume constant (états condensés).

L'entropie créée est strictement positive : la transformation est **irréversible** en raison du contraste thermique fini entre les deux corps, qui cause une **hétérogénéité de température**.

- Lorsque la température T de la pièce est supérieure à celle T_{ext} de l'extérieur, la puissance reçue par la pièce est négative. Ainsi :

$$\mathcal{P}_{th} = -k\Sigma(T - T_{ext})$$

- La puissance dissipée par effet Joule cédée par le résistor à l'air ambiant égale la puissance électrique qu'elle reçoit. En notant $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$ la tension délivrée par le secteur, il vient

$$\mathcal{P}_J = \left\langle \frac{U^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{R} \right\rangle = \frac{U^2}{2R} \quad \text{d'où} \quad \mathcal{P}_J = \frac{U_{eff}^2}{R}$$

- La pièce (air inclus) voit son énergie mécanique macroscopique rester constante, ainsi que son volume. Le bilan énergétique de la pièce entre deux instants voisins t et $t + dt$ s'écrit (état condensé essentiellement pour ce qui constitue la capacité C) :

$$dU = C dT = \mathcal{P}_J dt + \mathcal{P}_{th} dt = \frac{U_{eff}^2}{R} dt - k\Sigma(T - T_{ext}) dt$$

D'où l'équation différentielle

$$\frac{dT}{dt} + \frac{k\Sigma}{C} T = \frac{U_{eff}^2}{RC} + \frac{k\Sigma T_{ext}}{C} = \frac{k\Sigma}{C} \left(\frac{U_{eff}^2}{Rk\Sigma} + T_{ext} \right) \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} T(t) = \frac{1}{\tau} T_p \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{C}{k\Sigma}$$

Au bout de quelques fois τ , le régime permanent où $T = T_p = \frac{U_{eff}^2}{Rk\Sigma} + T_{ext}$ est atteint.

1. En l'absence d'indications claires dans l'énoncé, la calorimétrie est par défaut isobare plutôt qu'isochore.

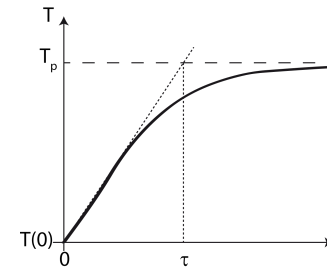
- $\tau = 17900 \text{ s} = 4 \text{ h } 57 \text{ min} \simeq 5 \text{ h}$.

- La résolution de l'équation différentielle conduit à $T(t) = T_p + (T_0 - T_p) e^{-\frac{t}{\tau}}$ (allure ci-contre).

- En régime permanent, l'apport énergétique par le radiateur doit compenser exactement les fuites thermiques :

$$\mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_J = 0 \Leftrightarrow -k\Sigma(T_p - T_{ext}) + \frac{U_{eff}^2}{R} = 0$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{U_{eff}^2}{k\Sigma(T_p - T_{ext})} = 472 \Omega$$



- Pour réduire les pertes thermiques il faut rendre \mathcal{P}_{th} le plus faible possible. On peut pour cela **diminuer la surface des fenêtres** (mais on perd en luminosité), ou diminuer k en améliorant l'**isolation** des vitres (en utilisant du **double vitrage** par exemple), et globalement même l'isolation de toute la maison (murs, sol et toit).

II. Bilans énergétiques d'un gaz parfait et réversibilité

- Première loi de Joule : l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température : $U = U(T)$ (ce qui se traduit par $dU = C_V dT$).

De manière générale l'énergie interne devrait dépendre aussi du volume du fluide pour rendre compte des **énergies d'interactions intermoléculaires**, mais celles-ci sont **inexistantes** dans un gaz parfait.

- L'enthalpie du gaz parfait vérifie $H = U + PV = U + nRT$, donc elle ne dépend elle aussi que de la température (seconde loi de Joule). D'où la relation de Mayer pour un gaz parfait :

$$C_P = \frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + nR \Leftrightarrow C_P - C_V = nR, \quad \text{or } C_P = \gamma C_V \text{ d'où } C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$$

II.1. Transformation isotherme

- a) **Équation d'état** du gaz parfait dans l'état (2) : $P_0 V_2 = nRT_0 \Leftrightarrow n = \frac{P_0 V_2}{RT_0} = 0,987 \text{ mol}$.

- b) La transformation de (1) à (2) est **isotherme**, donc le produit PV reste constant. Ainsi : $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Leftrightarrow V_1 = V_2 \frac{P_2}{P_1} = 8,24 \text{ L}$.

- c) *La question est mal posée puisque l'opérateur agit sur le piston et non sur le gaz directement*². Théorème de l'énergie cinétique appliqué au piston, de masse nulle, soumis aux forces de l'atmosphère, du gaz et de l'opérateur :

$$0 = -P_0(V_2 - V_1) - W_{12} + W_{op}$$

en notant W_{12} le travail reçu par le gaz. Comme la détente est mécaniquement quasi-statique :

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} nRT_0 \frac{dV}{V} \quad \text{d'où} \quad W_{12} = P_0 V_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = -2,24 \text{ kJ} < 0$$

$$\text{d'où} \quad W_{op} = P_0(V_2 - V_1) + W_{12} = -0,83 \text{ kJ}$$

2. Dans l'esprit du rédacteur du sujet, W_{12} représentait le travail reçu par le gaz vu le choix de la notation...

d) Comme la détente est isotherme, l'énergie interne du gaz n'est pas modifiée (**1ère loi de Joule**) : $\Delta U_{12} = 0$. Le **premier principe** de la thermodynamique appliqué au gaz sur la détente isotherme $1 \rightarrow 2$ donne :

$$\Delta E_{c12} + \Delta E_{p12} + \Delta U_{12} = 0 + 0 + 0 = Q_{12} + W_{12} \Leftrightarrow \boxed{Q_{12} = -W_{12}}.$$

En effet le gaz est statique en (1) et (2) ($\Delta E_{c12} = 0$) et sa variation d'énergie potentielle de pesanteur peut être négligée au regard des ordres de grandeur.

e) Comme l'**entropie est une fonction d'état**, sa variation est la même quelque soit le chemin suivi pour aller de (1) à (2). Considérons alors un **chemin réversible, isotherme** à $T = T_0$, qui amènerait le gaz parfait de l'état (1) à l'état (3). L'**identité thermodynamique** pour la transformation isotherme donne alors :

$$dU = 0 = T_0 dS - PdV \Leftrightarrow dS = \frac{P}{T_0} dV = nR \frac{dV}{V} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta S_{12} = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)}.$$

f) D'après le **second principe** appliqué au gaz parfait sur la détente (1) \rightarrow (2) :

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_0} + S_{p12} \Leftrightarrow nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + S_{p12} \Leftrightarrow \boxed{S_{p12} = 0}.$$

La transformation (1) \rightarrow (2) est **réversible** car la transformation est une **succession d'équilibre mécaniques et thermiques** avec l'extérieur.

4. a) La quantité de matière reste constante égale à n . Dans l'état final (3), la GP occupe un volume $V_1 + V_3$. La transformation étant **isotherme**, l'**équation d'état** appliquée dans l'état (1) et (3) donne :

$$P_1 V_1 = P_0 (V_1 + V_3) \Leftrightarrow \boxed{V_3 = V_1 \frac{P_1 - P_0}{P_0} = V_1 \left(\frac{P_1}{P_0} - 1 \right) = 14,2 \text{ L} > V_1}$$

b) Le **premier principe** est de nouveau appliqué au gaz sur cette détente 1 \rightarrow 3. Durant la détente (1) \rightarrow (3), la température restant T_0 dans l'état (1) et dans l'état (3), la variation d'énergie interne correspondante est donc nulle (**1ère loi de Joule**) : $\Delta U_{13} = 0$.

De plus, la détente se faisant dans le vide, le gaz ne reçoit aucun travail de forces de pression (les parois sont rigides donc immobiles) : $W_{13} = 0$. Pour les mêmes raisons que précédemment $\Delta E_{c13} = 0$ et ΔE_{p13} .

Finalement $\boxed{Q_{13} = 0}$. Compte tenu des conditions de la transformation, celle-ci est **adiabatique** bien que les parois du récipient soient **diathermes**.

c) Comme en 3.e), sur un chemin hypothétiquement réversible et isotherme allant de (1) à (3), l'**identité thermodynamique** donne : $dU = C_V dT = 0 = T_0 dS - PdV$

$$\Rightarrow dS = nR \frac{dV}{V} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta S_{13} = nR \ln \left(\frac{V_1 + V_3}{V_1} \right) = nR \ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right) = 8,21 \text{ J.K}^{-1}}$$

d) Le **deuxième principe** de la thermodynamique appliqué au GP sur la détente (1) \rightarrow (3) s'écrit :

$$\Delta S_{13} = \frac{Q_{13}}{T_0} + S_{p13} = 0 + S_{p13} \Rightarrow \boxed{S_{p13} = nR \ln \frac{P_1}{P_0} = 8,21 \text{ J.K}^{-1} > 0}$$

Cette transformation est donc **irréversible**, ce qui est dû à une **hétérogénéité de pression (ou de densité)** dans l'état initial, et peut s'interpréter comme un **accroissement de l'information cachée** sur le système (« désordre ») suite à l'accroissement du volume disponible.

II.2. Transformation adiabatique

5. a) L'équilibre mécanique du piston dans l'état (2') s'écrit :

$$0 = -Mg + P'_2 \Sigma - P_0 \Sigma \Leftrightarrow \boxed{P'_2 = P_0 + \frac{Mg}{\Sigma} = 3,9 \text{ bar}}.$$

Il s'agit d'une transformation mécaniquement quasi-statique d'un gaz parfait donc elle vérifie les lois de Laplace :

$$P'_2 V_2'^{\gamma} = P_0 V_1'^{\gamma} \Leftrightarrow \boxed{V'_2 = \Sigma \ell'_1 \left(\frac{P_0}{P'_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,60 \text{ L}} \quad \text{et} \quad P_2'^{1-\gamma} T_2'^{\gamma} = P_0^{1-\gamma} T_1'^{\gamma} \Leftrightarrow \boxed{T'_2 = T_1' \left(\frac{P_0}{P'_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 440 \text{ K}}.$$

b) La transformation étant adiabatique, le premier principe ^a appliqué au gaz parfait sur la transformation (1') \rightarrow (2') conduit à

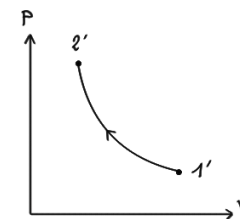
$$W_{1'2'} + 0 = \Delta U_{1'2'} = C_V (T_2' - T_1') = \frac{n'R}{\gamma - 1} (T_2' - T_1')$$

$$\text{or } n'R T_1' = P_0 \Sigma \ell'_1 \quad \text{d'où} \quad \boxed{W_{1'2'} = \frac{P_0 \Sigma \ell'_1}{\gamma - 1} \left(\frac{T_2'}{T_1'} - 1 \right) = 190 \text{ J}}.$$

^a On peut aussi faire un calcul direct du travail reçu par le gaz, sachant que la transformation est mécaniquement quasi-statique :

$$\begin{aligned} W_{1'2'} &= - \int_{V_1'}^{V_2'} P dV = - \int_{V_1'}^{V_2'} P_0 V_1'^{\gamma} V^{-\gamma} dV = - P_0 V_1'^{\gamma} \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_1'}^{V_2'} \\ &= - \frac{P_0 V_1'^{\gamma}}{1-\gamma} (V_2'^{1-\gamma} - V_1'^{1-\gamma}) = \frac{P_0 V_1'^{\gamma} - P_0 V_2'^{\gamma}}{\gamma-1} = \frac{n'R}{\gamma-1} (T_2' - T_1') \end{aligned}$$

c) La compression se fait suivant la loi de Laplace $P = \frac{cT}{V^\gamma}$.



d) L'entropie reçue est nulle puisque la transformation est adiabatique : $\boxed{S_{e1'2'} = 0}$.

Sur un chemin réversible l'identité thermodynamique conduit à

$$dU = TdS - PdV \Leftrightarrow dS = \frac{n'R}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV = \frac{n'R}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} + n'R \frac{dV}{V} = \frac{n'R}{\gamma - 1} d \left(\ln (TV^{\gamma-1}) \right) = 0$$

car le gaz suit les lois de Laplace. Ainsi $\boxed{\Delta S_{1'2'} = S_{p1'2'} = 0}$ et on retrouve que pour un gaz parfait (comme pour tout fluide thermoélastique), les hypothèses {adiabatique + mécaniquement quasi-statique} et {adiabatique + réversible} sont équivalentes.

6. a) Le piston évoluant entre deux états d'équilibre, donc statiques, sa variation d'énergie cinétique est nulle, et donc en l'absence de frottements

$$\Delta E_{p1'3'} = W_{ext} - W_{1'3'} \Leftrightarrow \boxed{W_{1'3'} = P_0 \Sigma (\ell_{1'} - \ell_{3'}) + Mg (\ell_1 - \ell_3) = \left(P_0 + \frac{Mg}{\Sigma} \right) (V'_1 - V'_3)}.$$

Ainsi, pour le gaz, la transformation s'apparente à une transformation monobare de pression effective la pression d'équilibre finale

$$\boxed{P'_3 = P'_2 = P_0 + \frac{Mg}{\Sigma} = 3,9 \text{ bar}}.$$

b) Premier principe appliqué au système {gaz} sur la transformation **adiabatique** (1') \rightarrow (3') :

$$\Delta U_{1'3'} = W_{1'3'} \Leftrightarrow \frac{n'R}{\gamma - 1} (T_3' - T_1') = P'_3 (V'_1 - V'_3) = n'R \left(\frac{P'_3}{P_0} T_1' - T_3' \right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{T_3' = \frac{T_1'}{\gamma} \left((\gamma - 1) \frac{P'_3}{P_0} + 1 \right) = 552 \text{ K}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V'_3 = \Sigma \ell'_1 \left(1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{P_0}{\gamma P'_3} \right) = 0,75 \text{ L}}.$$

- c) De nouveau l'entropie reçue est nulle puisque la transformation est adiabatique : $S_{e1'3'} = 0$.
Sur un chemin réversible l'identité thermodynamique conduit, comme précédemment, à

$$dS = \frac{n'R}{\gamma-1} d(\ln(TV^{\gamma-1})) = \frac{n'R}{\gamma-1} d(\ln(PV^\gamma)) \Rightarrow \Delta S_{1'3'} = \frac{n'R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{P_3'V_3'^{\gamma}}{P_0V_0'^{\gamma}}\right)$$

$$d'où \quad S_{p1'3'} = \Delta S_{1'3'} = \frac{P_0 \Sigma \ell_1'}{(\gamma-1)T_1} \ln\left(\frac{P_3'}{P_0} \left(1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{P_0}{\gamma P_3'}\right)^\gamma\right) = 0,41 \text{ J.K}^{-1},$$

où l'on a réinjecté le résultat précédent pour éliminer les volumes. La transformation est irréversible en raison d'un déséquilibre mécanique initial, qui se traduit par un **hétérogénéité de pression dans le gaz**.

III. Bilan du DS

- Les règles de présentation d'une copie ne sont pas valables qu'en début d'année. Une résultat se présente

$$\boxed{\text{comme ceci} = \text{cela}} = \underline{\text{AN}}$$

Les titres des parties traitées doivent être apparents, ainsi que le numéro des questions.

Numéroter ses feuilles c'est très bien. Les numéroter dans le désordre ça l'est beaucoup moins.

- **Soigner la rédaction** (donner toutes les justifications nécessaires, écrire des phrases complètes et des mots complets...) permet de se donner le temps de réfléchir à ce que l'on fait et donc vérifier, et parfois éviter des erreurs.

- Attention à la **rigueur sur le formalisme**.

En thermo on doit faire attention aux symboles de variations, infinitésimales ou finie, dérivées droites ou partielles. Tout cela a du sens. On ne peut pas mélanfer dans une équation un d ou δ avec un Δ .

Confondre les majuscules et les minuscules peut aussi être catastrophique puisque cela rend les équations inhomogènes (grandeurs massiques).

En électricité on distingue aussi $u = u(t)$ grandeur instantanée de U amplitude et de U_{eff} valeur efficace.

Le manque de rigueur dans l'écriture de la physique est un élément qui énerve pas mal un correcteur. Ne lui demandez pas de faire l'hypothèse que vous savez ce qu'il fallait écrire mais que vous avez écrit autre chose. Si c'est vrai vous méritez d'être sanctionné(e) tout autant.

Changer la notation d'une grandeur est suicidaire. Par exemple l'aire de la surface est notée Σ et l'entropie est notée S . La masse d'eau notée M et la masse équivalente en eau du calorimètre m_{eq} .

- **Rigueur sur les AN!**

Le nombre de chiffres significatifs ne peut être aléatoire et surtout pas exagéré. Par ailleurs si vous ne faites pas l'effort d'utiliser les données pour exprimer vos résultats littéraux vous vous exposez à des erreurs d'arrondis cumulées. À partir de 5% d'écart avec la valeur attendue, on peut considérer l'AN fautive.

Une AN a une unité (la plupart du temps), sinon elle ne donne pas de points.

Une AN illisible est une AN perdue.

Une AN fautive ne peut donner de points, même si elle est fautive uniquement en raison d'un résultat faux sur une question précédente. Par conséquent VOUS AVEZ INTÉRÊT À POUSSER VOS CALCULS SOUS FORME LITTÉRALE AU MAXIMUM, ET EN FONCTION DES DONNÉES.

- Avant d'énoncer un principe (1er ou 2nd ou TRC etc), on doit DÉFINIR LE SYSTÈME. C'est dans le choix du système que réside une grande part de la difficulté de la thermo (et de la méca des systèmes) comme vous avez pu vous en rendre compte. On identifie de ce fait ce qui est extérieur au système et donc susceptible de lui apporter du travail ou du transfert thermique, et on algébrise correctement ces quantités.
- Le choix d'un système global permet souvent d'éviter d'avoir à expliciter des grandeurs échangées qui sont soit difficile à expliciter, soit inutiles car compensées. Ex : en calorimétrie, inutile d'écrire le PP pour chaque sous-système, cela complique inutilement la discussion.

- En l'absence d'informations précise, **une expérience de calorimétrie a toutes les chances d'être isobare** plutôt que isochore. On écrira donc plutôt $\Delta H = Q = 0$.

- Il ne suffit pas de dire qu'on est entre 2 équilibres pour justifier que $\Delta E_{p\text{pes}} = 0$, ni même que le système est statique. Il faut pouvoir justifier que **le centre de masse ne s'est pas déplacé verticalement**. Cela n'est pas toujours vrai et donc alors on peut invoquer un ordre de grandeur en comparant avec ΔU notamment ou un autre terme. En gros si le changement d'altitude n'est pas un but recherché ou une fonction de la machine, ce terme est en général négligeable. Attention aux échelles spatiales tout de même.

- On demande quasi-systématiquement de **commenter le résultat obtenu à l'issue du bilan d'entropie** (2nd principe). Se borner à dire que la transformation est irréversible ne constitue pas un commentaire très poussé, juste une vérification de la cohérence avec le principe. Ce qui est attendu est une cause physique d'irréversibilité : cf la liste énoncée sur votre poly de définitions et compléments de thermo.

- La 1ère loi de Joule est **réservée aux Gaz Parfaits**, elle ne suppose absolument pas une **transformation isochore** (il s'agit de gaz donc a priori v n'est pas constant). Elle se traduit par l'équation

$$dU = C_v dT$$

mais pas forcément par $\Delta U = C_v \Delta T$. Cette dernière relation suppose en plus que C_v **peut être considérée constante** sur le domaine de température considéré, ce qui n'est **jamais rigoureusement exact**.

- Les notions vues au 1er semestre peuvent parfois être utiles, même si elles ne sont pas explicitement au programme (du CB par exemple) : quasiment plus personne ne sait définir la valeur efficace à partir de la tension instantanée, et écrire correctement une puissance moyenne.

- **Le résistor reçoit un travail électrique** $W_e = UI\Delta t = RI^2\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t$ si les grandeurs sont constantes, ou

$$W_e = \int_{t_0}^{t_1} u(t)i(t)dt = \frac{1}{R} \int_{t_0}^{t_1} u(t)^2 dt \approx \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \Delta t \quad \text{avec} \quad \Delta t = t_1 - t_0$$

si les grandeurs sont variables périodiques.

Le fluide chauffé par le résistor reçoit un transfert thermique Q_J qui vérifie $Q_J = W_e$ à condition que l'on néglige l'effet de la capacité thermique du résistor (en comparaison avec le corps chauffé) ou que sa température soit considérée constante au cours du bilan (régime stationnaire). Le contre-exemple a été décrit dans le DM.

- Erreur d'énoncé à la question II.3.c) : « Déterminer le travail W 12 fourni par l'opérateur au gaz durant cette détente. » cette formulation est malencontreuse car l'opérateur n'est pas directement en contact avec le gaz. D'autre part cela suggère que l'on distingue le travail fourni par l'opérateur de celui fourni par l'atmosphère (tout à fait pertinent mais complication que je n'avais pas souhaitée au départ). Cela en a perduré certains ou certaines. J'ai donc considéré avec bienveillance toutes les propositions étayées à condition qu'elles soient cohérentes avec la suite.

Désolé pour cette erreur, qui n'a toutefois apparemment pas trop perturbé la majorité heureusement.