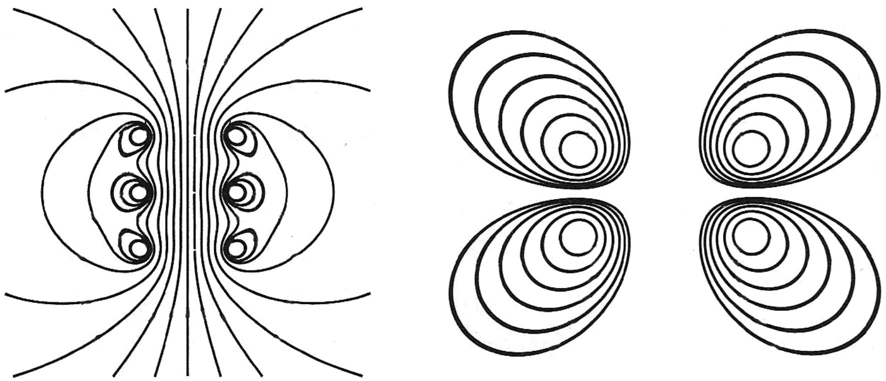
Champ magnétique

EX 1 – Lignes de champ et courants

Les figures ci-dessous présentent les lignes de champ magnétique créées par une distribution de courants non représentée. En utilisant les propriétés du champ $\vec{B}$, déterminer l'endroit et le sens de passage des courants, ainsi que le sens des lignes de champ. Où se trouvent les points où le champ est le plus intense ? Y a-t-il un endroit où il est nul ?



EX 2 – Champ créé par une spire sur son axe

Soit une spire de courant de rayon R parcourue par un courant i.

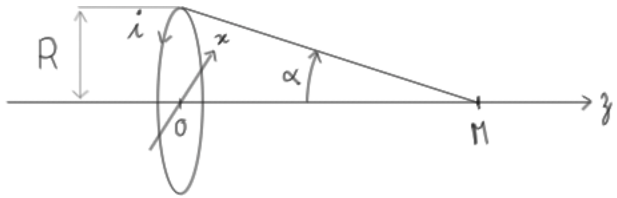
1. Par un argument dimensionnel (équation aux dimensions), déterminer l'ordre de grandeur du champ magnétique au centre de la spire.
   Application numérique pour $i = 1\,\text{A}$ et $R = 5\,\text{cm}$.
2. En raisonnant par symétries, déterminer le champ magnétique (direction et sens) sur l'axe de la spire d'une part, et dans le plan de la spire d'autre part.

EX 3 – Bobines de Helmholtz

Le champ créé par une spire de rayon R parcourue par un courant i en un point M situé sur son axe Oz obéït à l'expression :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \sin^3 \alpha \, \vec{u}_z \,,$$

où α représente l'angle orienté sous lequel la spire est vue depuis le point M de coordonnées $(0, 0, z)$.



On dispose deux bobines identiques plates à N spires face à face, séparées d'une distance $d = R$. Elles sont parcourues par un courant i identique.

1. Calculer le champ magnétique $\vec{B}(z)$ le long de l'axe (on prendra l'origine au milieu des bobines).
2. Montrer par un développement limité qu'au voisinage de $z = 0$ (milieu), le champ varie très peu.

EX 4 – Vecteur surface

On considère un contour $\mathcal{C}$. Montrer que quelle que soit la surface $\mathcal{S}$ construite sur $\mathcal{C}$, le vecteur surface total $\vec{S}$ associé à $\mathcal{S}$ est toujours le même.

EX 5 – Champ dipolaire et champ magnétique terrestre

Soit un dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\,\vec{u}_z$ situé en l'origine O.

1. Montrer par un argument dimensionnel que la décroissance du champ magnétique créé par le dipôle est en $\frac{1}{r^3}$.
2. On se place en coordonnées sphériques. On admet que le champ créé par ce dipôle s'écrit

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\mathcal{M}\,\frac{2\cos\theta}{r^3} \quad , \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\mathcal{M}\,\frac{\sin\theta}{r^3} \quad \text{et} \quad B_\varphi = 0\,.$$

   Sachant que le champ magnétique au centre de la France (latitude 42°N) est de l'ordre de $2\,10^{-5}$ T, quelle valeur de moment dipolaire magnétique $\mathcal{M}$ peut-on affecter à la Terre d'après ce modèle ?
   Rayon de la Terre : $R_T = 6400\,km$.
3. On considère un solénoïde de longueur finie L portant N spires de rayon a parcourues par un courant d'intensité I. Le champ magnétique créé en un point P quelconque de son axe de symétrie Oz s'écrit

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2L}\,(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,\vec{u}_z$$

où α_1 et α_2 sont respectivement les angles sous lesquels chaque face du solénoïde est vue depuis le point P.
Montrer par un développement limité que loin du solénoïde sur l'axe Oz, le champ magnétique se comporte comme celui d'un dipôle de moment magnétique $\mathcal{M}$ dont on donnera l'expression.

EX 6 – Rapport gyromagnétique de l'atome et magnéton de Bohr

On considère le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène. L'électron, de masse m et de charge $q = -e$, a un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse $\vec{v}$ autour du noyau situé au point O. On note $(O, \vec{u}_z)$ l'axe de cette trajectoire circulaire.

1. En fonction de m, r et ω, la vitesse angulaire de rotation de l'électron, exprimer le moment cinétique $\overrightarrow{L}$ de l'électron[1] par rapport au point O.

2. Exprimer l'intensité électrique circulant dans la spire équivalente à la boucle de courant formée par l'électron en rotation. En déduire le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ associé à cette spire.

3. Montrer que $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \alpha \overrightarrow{L}$, où α est une constante à exprimer, appelée *rapport gyromagnétique orbital* de l'atome.
Donner sa valeur numérique sachant que $e = 1,6\,10^{-19}\,\mathrm{C}$ et $m_e = 9,1\,10^{-31}\,\mathrm{kg}$.
La mécanique quantique conduit à un facteur un peu différent, à cause du spin.

4. La mécanique quantique conduit à la quantification du moment cinétique, qui est de l'ordre de grandeur $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05\,.\,10^{-34}\,\mathrm{J.s}$. Quel ordre de grandeur obtient-on alors pour le moment magnétique, appelé *magnéton de Bohr* ? Qu'obtient-on si on remplace m_e par la masse du proton $m_p = 9,11\,.\,10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

1. $\overrightarrow{L}$ s'appelle le moment cinétique orbital, par opposition au moment cinétique de spin en mécanique quantique.