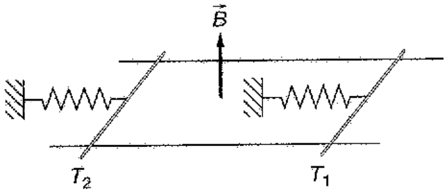
Conversion électromécanique de puissance

EX 1 – Tiges couplées sur un rail de Laplace

Deux tiges conductrices T_1 et T_2 identiques, de masse m et de résistance R, sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles situés dans un plan horizontal à une distance ℓ.

Chaque tige est reliée à un support fixe via un ressort horizontal parallèle aux rails, de constante de raideur k. L'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical.



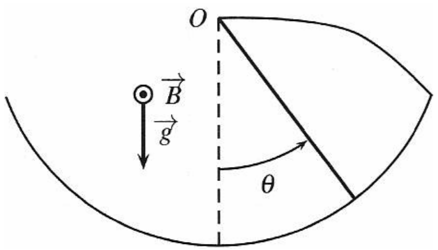
A l'instant initial, les tiges sont immobiles, et T_1 est écartée d'une distance d vers la droite par rapport à sa position initiale.

1. Prévoir qualitativement le mouvement observé.
2. Etablir le système d'équations différentielles régissant le mouvement des tiges par rapport à leur position de repos respective.
3. Montrer que si l'on attend assez longtemps, le mouvement de chaque tige devient sinusoïdal, et préciser sa période.
4. Faire un bilan énergétique complet (mécanique et électrique) et commenter.

EX 2 – Rotation d'une tige conductrice autour d'un axe

Une barre conductrice de longueur a est mobile sur un fil conducteur circulaire sans frottement, tournant autour de l'axe Oz via une liaison pivot parfaite.

Son moment d'inertie par rapport à Oz est noté J. Le circuit est fermé par un fil électrique souple. La résistance électrique de la barre et du fil souple est R. La résistance du conducteur circulaire considérée négligeable devant R. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\,\vec{u}_z$.



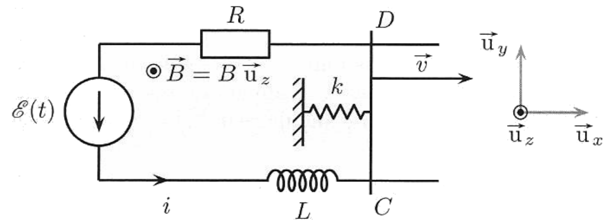
La barre est lâchée à $t = 0$ depuis la position θ_0 sans vitesse initiale. On négligera le phénomène d'autoinduction.

1. Prévoir et expliquer qualitativement le mouvement observé.
2. Etablir puis linéariser l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ. Préciser la pulsation caractéristique ω_0 et le facteur d'amortissement ξ.
3. Faire un bilan énergétique à partir de l'équation non linéarisée. Faire le lien avec le bilan électrique.

EX 3 – Impédance motionnelle d'un haut-parleur

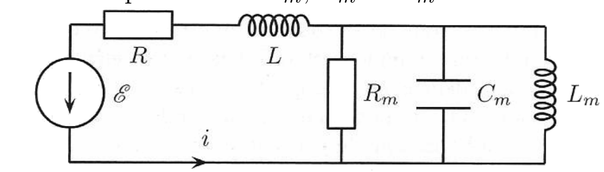
On considère le modèle simplifié de haut-parleur ci-dessous, qui reprend le dispositif des rails de Laplace horizontaux. La barre CD, de masse m et de longueur ℓ, est la seule partie mobile et modélise le système mécanique constitué de l'ensemble {membrane, bobine, support de bobine}. Le ressort modélise l'effet de la suspension de la membrane. L'inductance propre L est celle de la bobine. L'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\,\vec{u}_z$.

On introduit un coefficient de frottement fluide α pour modéliser l'interaction de la membrane avec l'air.



1. Retrouver les équations électrique et mécanique. On note x l'écart de la barre par rapport à sa position initiale.
2. On se place en RSF[1]. Le générateur délivre une fem $\mathcal{E}(t) = E_m \cos(\omega t)$. Montrer que le haut-parleur se comporte comme un dipôle linéaire d'impédance $\underline{Z}(j\omega)$ qu'on déterminera.
3. En déduire que le haut-parleur peut être modélisé par le circuit équivalent suivant. Donner l'expression des paramètres R_m, L_m et C_m.

   Leur association en parallèle est appelée *impédance motionnelle* ($\underline{Z}_m$).

4. Dans la suite, on admet que l'on peut se placer dans un domaine de pulsations tel que l'inductance propre L est négligeable. Déterminer les paramètres R_0, ω_0 et Q tels que $\underline{Z}_m = R_0 / \left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$.
5. Montrer que $\underline{Z}(j\omega)$ décrit un cercle dans le plan complexe, dont on donnera les caractéristiques.
6. Tracer l'allure des fonctions $|\underline{Z}|$ et $\arg(\underline{Z})$ en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$.

1. Les équations différentielles sont linéaires (affines) à coefficient constants.