

Analyse de Fourier - Filtrage

EX 1 – Reconnaissance d'un spectre

On considère le signal $s(t) = 10 \sin(80\pi t) + 5 \sin(120\pi t + 0,6\pi)$, où le temps a été exprimé en secondes.

1. Représenter le spectre en amplitude et en phase de ce signal.
2. Ce signal est-il périodique ? Si oui quelles sont sa fréquence et sa période fondamentales ?
3. Quel rang peut-on attribuer aux différents harmoniques présents ?

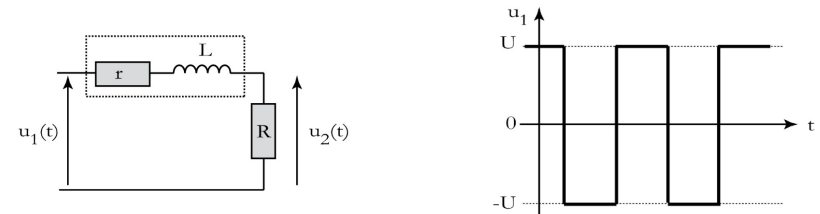
EX 2 – Tracé expérimental d'un diagramme de Bode

Lors d'une séance de travaux pratiques, un élève analyse un système linéaire en regardant la réponse du système à une excitation sinusoïdale de fréquence f , délivrée par un G.B.F. à l'oscilloscope, il relève les amplitudes crête à crête des tensions d'entrée $U_{e_{cc}}$ et de sortie $U_{s_{cc}}$ du système linéaire, pour différentes fréquences d'excitation et obtient les résultats suivants :

f (Hz)	30	100	500	800	1 000	1 500	2 000	3 000	4 000
$U_{e_{cc}}$ (V)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,0	1,0
$U_{s_{cc}}$ (V)	5,0	5,0	4,9	4,9	4,8	4,5	4,2	3,6	3,1
f (Hz)	5 000	10 000	25 000	50 000	100 000	200 000			
$U_{e_{cc}}$ (V)	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0			
$U_{s_{cc}}$ (V)	2,7	1,5	0,6	0,3	0,2	0,1			

1. Tracer le diagramme de Bode en gain, sur papier millimétré semi-logarithmique. En déduire de quel type de filtre est le système linéaire étudié.
2. Mesurer les pentes des asymptotes du diagramme de Bode.
3. Mesurer la bande passante à -3dB du système étudié.

EX 3 – Caractère intégrateur d'un filtre passe-bas

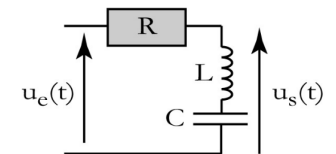


1. Calculer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{u_2}{u_1}$ du filtre représenté ci-dessus, où L et r représentent l'inductance et la résistance d'une bobine réelle. Qualifier ce filtre et déterminer sa pulsation caractéristique.
2. On donne $L = 10\text{mH}$, $r = 10\Omega$ et $R = 90\Omega$. Donner une expression approchée de $u_2(t)$ à 10% près au maximum, pour les différents signaux d'entrée suivants.
 - (i) $u_1(t) = U \cos(2\pi f t)$ avec $f = 10\text{kHz}$
 - (ii) $u_1(t) = U \cos(2\pi f t)$ avec $f = 100\text{Hz}$
 - (iii) $u_1(t)$ est une fonction créneau de valeur haute $+U$ et de valeur basse $-U$, de période $T = 0,1\text{ms}$, telle que représentée ci-dessus. Sa décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$u_1(t) = \frac{4U}{\pi} \left[\cos(\omega t) + \frac{1}{3} \cos(3\omega t) + \frac{1}{5} \cos(5\omega t) + \dots + \frac{1}{2p+1} \cos((2p+1)\omega t) + \dots \right]$$

EX 4 – Elimination de parasites

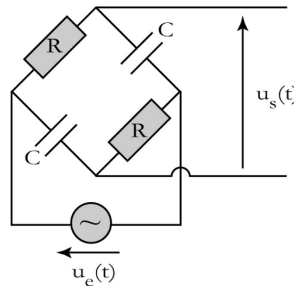
Un groupe de musique réalise un enregistrement numérique d'un de leurs morceaux. L'enregistrement est perturbé par des parasites à 50Hz dus au secteur. Le groupe décide donc de construire un filtre qui permettra d'éliminer ces parasites. Ils construisent le filtre ci-dessous.



1. En étudiant les comportements asymptotiques de ce filtre, dire quelle peut être sa nature.
2. Etablir l'expression de sa fonction de transfert. De quel type de filtre s'agit-il ? Ce filtre pourra-t-il convenir pour éliminer les parasites ?
3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du filtre.
4. Les musiciens disposent d'une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$. Indiquer les valeurs des autres composants qu'ils doivent utiliser pour éliminer une bande de fréquence contenant le parasite de 50Hz et de largeur 10Hz ?

EX 5 – Filtre déphaseur passif

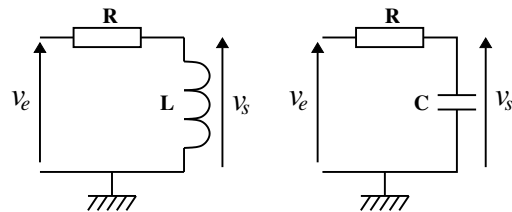
On considère le circuit ci-contre, alimenté par une tension $u_e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω .



1. En vous aidant de schémas équivalents, déterminez la tension $u_s(t)$ dans les limites $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.
2. Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega)$ de ce filtre. Quel est l'ordre du filtre? On introduira la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ qui convient.
3. a) Etablir, en fonction de x , le gain G en dB ainsi que le déphasage φ entre la tension de sortie et la tension d'entrée.
b) En déduire les comportements asymptotiques de G et φ (pour $x \ll 1$ et $x \gg 1$).
4. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques. Quel est le rôle d'un tel montage?

EX 6 – Mise en cascade de filtres

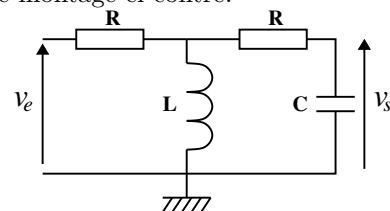
1. On considère les deux filtres ci-contre. Écrire leur fonction de transfert et commenter leur comportement.



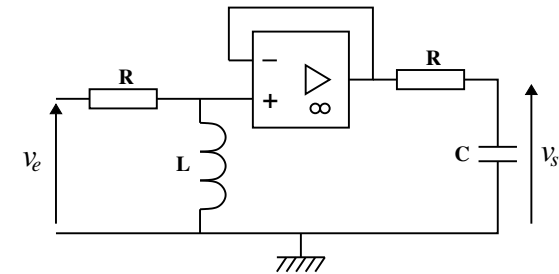
2. On cherche à constituer un filtre passe bande d'ordre 2 en multipliant les deux fonctions de transfert. On propose le montage ci-contre.

Etablir la fonction de transfert de ce filtre, et tracer ses diagrammes de Bode en gain et en phase.

Commenter : en quoi le filtre obtenu diffère-t-il du filtre que l'on cherche à constituer?



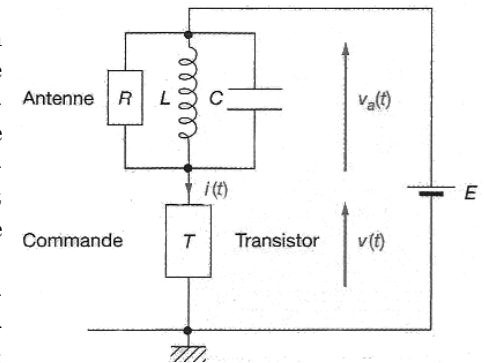
3. Pour tenter de corriger cela, on introduit un montage suiveur :



Etablir la fonction de transfert totale de ce montage et expliciter son gain maximal, ses fréquences de coupure et son acuité. Calculer ses impédances d'entrée et de sortie, respectivement en présence d'une charge et d'un générateur de Thévenin en amont.

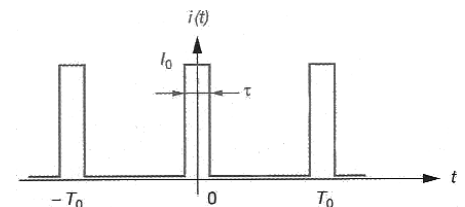
EX 7 – Emetteur de puissance pour téléphone portable

Le dispositif présenté ci-contre comprend un circuit RLC parallèle modélisant l'antenne d'émission et son filtre d'adaptation. Le dipôle RLC n'est qu'un schéma équivalent de l'antenne; la puissance dissipée dans la résistance n'est pas en réalité perdue par effet Joule comme dans un résistor, mais perdue par rayonnement dans l'antenne.



On considère ce circuit comme très sélectif de facteur de qualité $Q = 100$. La valeur de la résistance d'émission est donnée : $R = 37 \Omega$. Les valeurs de L et C sont choisies de façon à transmettre les signaux de fréquence $f_0 = \frac{1}{T_0} = 900 \text{ MHz}$.

Un transistor de puissance (T) impose la forme du courant dans l'antenne, sous forme d'impulsions de fréquence f_0 telles que représentées ci-contre. Le calcul de l'amplitude de la composante fondamentale de ce signal donne la valeur I_1 ci-contre :



$$I_1 = \frac{2}{\pi} I_0 \sin(\pi f_0 \tau).$$

1. Déterminer la valeur moyenne I_m de $i(t)$.
2. Justifier du fait que la tension $v_a(t)$ aux bornes de l'antenne est une fonction quasi sinusoïdale du temps. Préciser sa fréquence et son amplitude en

fonction de f_0 , R , τ et I_0 . On posera $V_1 = 2RI_0f_0\tau$.

Calculer les valeurs à affecter aux paramètres L et C pour répondre aux contraintes fixées.

3. La tension $v(t)$ aux bornes du composant T ne doit pas devenir négative. En déduire une relation entre f_0 , R , τ , E et I_0 .
4. Quelle est l'expression de la puissance moyenne \mathcal{P}_u fournie à l'antenne ? En tenant compte de la limitation précédente, montrer qu'elle est maximale lorsque l'amplitude de $v_a(t)$ atteint la valeur E et exprimer alors \mathcal{P}_u en fonction de E et R .
5. On définit le rendement du dispositif par le rapport $\mathcal{P}_u/\mathcal{P}_a$ entre la puissance utile et la puissance moyenne fournie par l'alimentation. Dans la suite on approxime I_1 dans le cas où $\tau \ll T_0$. Montrer que dans la limite des impulsions brèves, le rendement du dispositif tend vers 1. Commenter ce résultat.

