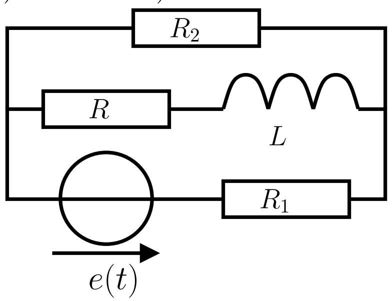
Signal électrique - Révisions PCSI

Régimes transitoires

EX 1 – Transitoire sur un circuit inductif à 2 mailles

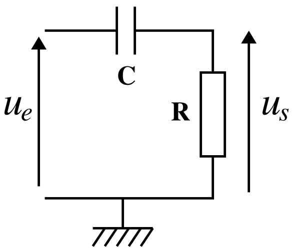
Le circuit ci-dessous est alimenté par un échelon de tension $e(t) = E.H(t)$ (H est la fonction de Heaviside, $H(t) = 0$ si $t < 0$ et $H(t) = 1$ si $t > 0$).

1. Déterminer le courant dans l'inductance L en régime permanent.
2. Déterminer a priori la constante de temps du circuit
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant circulant dans R_2. Retrouver les résultats précédents.



EX 2 – Modélisation de l'entrée d'un oscilloscope

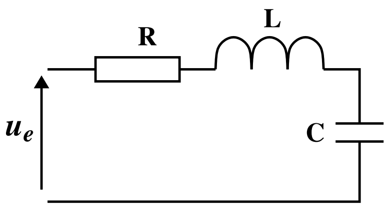
L'entrée d'un oscilloscope en mode AC peut être modélisée par le circuit ci-dessous. La tension d'entrée est un créneau de période T, de valeur moyenne nulle.



1. Justifier que la forme du créneau est inchangée aux fréquences très grandes devant $\frac{1}{RC}$.
2. Justifier qu'aux fréquences de l'ordre de $\frac{1}{RC}$, les parties constantes du créneau sont remplacées par des droites inclinées dont on donnera la pente. Pour cela on donnera l'équation différentielle vérifiée par $u_s(t)$, sa solution puis sa forme approchée : on précisera la forme de la tension sur chaque demi période et on déterminera les constantes d'intégration en utilisant la périodicité de la solution.

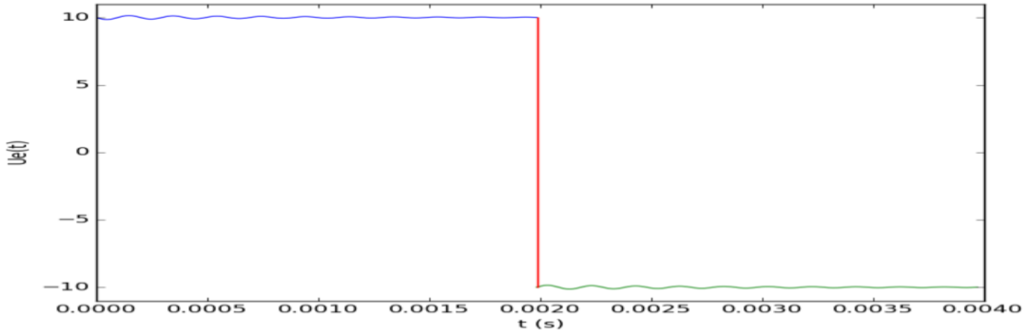
EX 3 – Circuit RLC série soumis à un créneau

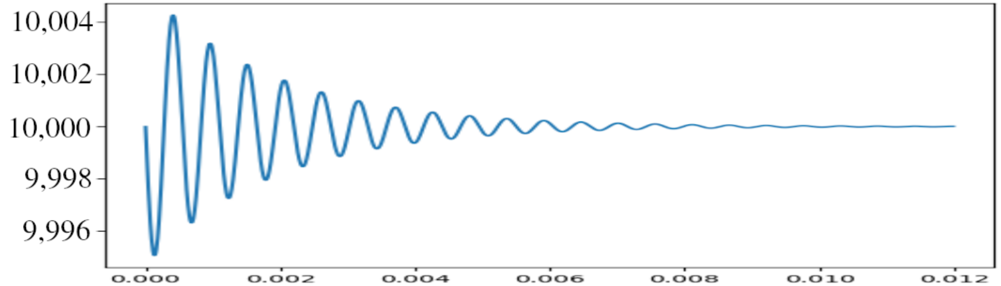
Dans le circuit ci-contre, $u_e(t)$ est délivrée par un générateur de fem $e(t)$ de forme créneau, et de résistance interne $R_g = 50\,\Omega$.
La tension $u_e(t)$ observée à l'oscilloscope est donnée ci-dessous sur une période. La figure suivante est un zoom sur la première demi-période.



Expliquer quantitativement ce qui est observé, et en déduire la valeur de R. On donne les relevés des premiers minima (en écart par rapport à la valeur asymtptotique $10,000\,\text{V}$) :

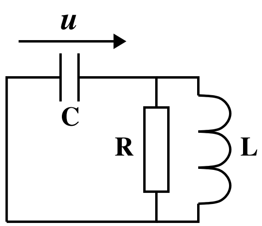
t (10^{-4} s)	1,7	7,9	13,5	18,9
y (10^{-2} V)	-4,52	-3,3	-2,5	-1,8





EX 4 – Circuit C-RL

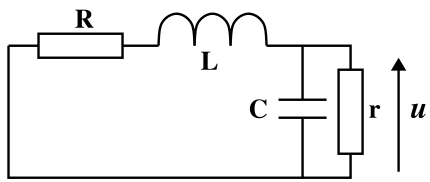
La capacité du circuit ci-contre est initialement chargée avec une tension U_0.



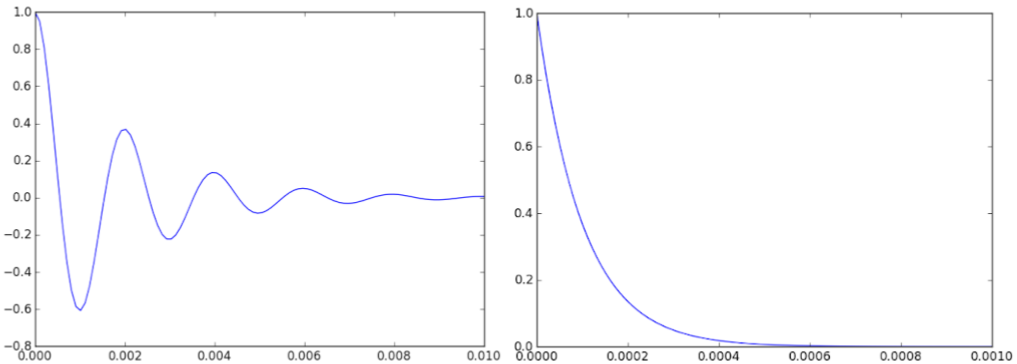
1. Quelle résistance faut il prendre pour que l'oscillation soit sinusoïdale pure ? Quelle serait alors la fréquence d'oscillation ?
2. On se place maintenant dans le cas général. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. À quelle condition le régime est-il pseudopériodique ?
Quelles sont les conditions initiales vérifiées par u(t) ?
Faire un bilan énergétique entre le début et la fin (donner un critère) de la décharge.

EX 5 – Circuit RLC avec résistance de fuite

La capacité du circuit ci-contre est initialement chargée avec une tension U_o. $C = 1\,\mu\text{F}$ et $L = 0,1\,\text{H}$.
Selon que R ou r est très grande on observe deux situations représentées ci-dessous par le graphe de $u(t)/U_0$ en fonction du temps (en s).

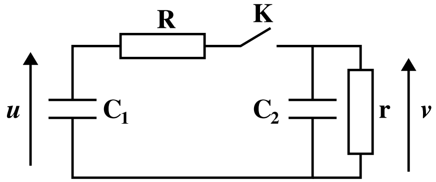


1. À quel cas correspond chaque figure ? En déduire une estimation de R ou de r selon les cas.
2. Établir l 'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ aux bornes de la capacité. Retrouve-t-on les cas précédents ? Résoudre avec $L/R = \tau$, $RC = 2\tau$ et $r = R$.



EX 6 – Circuit capacitif

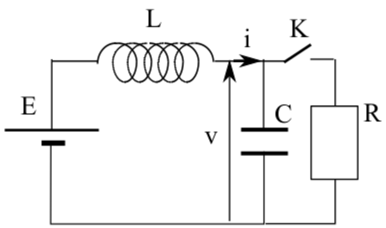
La capacité de droite du circuit ci-contre est initialement chargée avec une tension U_o. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur K.



1. Quel sera l'état final ?
2. Si r est enlevée que se passe-t-il ?
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$. Retrouve-t-on les considérations précédentes ?
Donner la solution si $C_1 = C_2 = C$ et $r = R$ et on posera $RC = \tau$.

EX 7 – Transitoire dans un circuit L-CR

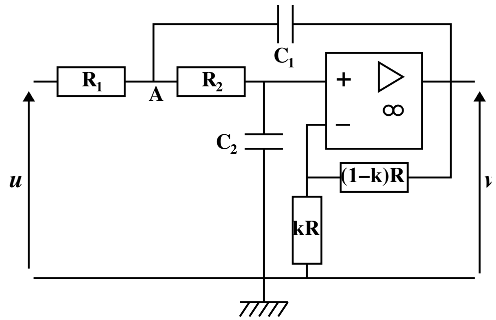
On considère le circuit ci-contre. On suppose que pour toute date $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert, et qu'à $t = 0^-$ les signaux ont tous atteint leur valeur en régime stationnaire. On ferme K à $t = 0$.
Données : $L = 1\,\text{mH}$, $C = 100\,\text{nF}$, $R = 100\,\Omega$.



1. Établir l'équation différentielle satisfaite par la tension $v(t)$ et l'écrire sous forme canonique. Exprimer ω_0 et Q en fonction des données.
2. Établir les valeurs initiales de $i(t)$, $v(t)$ et leur dérivée première aux instants $t = 0^-$ et $t = 0^+$.
3. Établir l'expression de $v(t)$ et tracer l'allure du graphe.
4. On laisse K fermé suffisamment longtemps pour qu'un nouveau régime stationnaire s'établisse. On ouvre alors K : quelles sont les nouvelles lois d'évolution de $i(t)$ et $v(t)$?

EX 8 – Stabilité d'un filtre en régime transitoire

On considère le montage ci-contre, où l'ALI est supposé fonctionner en régime linéaire, et les résistances dépendant de la constante $k \in]0,1[$ représentent un potentiomètre.



1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $v(t)$ en fonction de $u(t)$. On pourra utiliser la LNTP au nœud A, et introduire des temps caractéristiques pour simplifier l'écriture.
2. En déduire une condition de stabilité du filtre en fonction portant sur k.
3. On prend $R_1 = R_2 = R$ et $C_2 = 2C_1 = 2C$. A l'instant initial, tous les condensateurs sont déchargés, et on applique un échelon de tension. Établir les expressions de $v(t)$ en supposant que $k = \frac{1}{2}$.
4. Tracer qualitativement, les courbes représentatives des variations de $v(t)$.

Régime Sinusoïdal

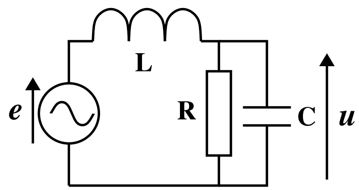
EX 9 – Circuit RLC série en RSF

Soit un circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale d'amplitude E en entrée, et de pulsation ω. On se place en RSF.

1. On se place à la résonance en intensité. Quels sont les déphasages de la tension aux bornes de C et de L par rapport à la tension d'entrée $e(t)$?
2. Représenter les différentes tensions sur un diagramme de Fresnel.
3. Déterminer les rapports des amplitudes de tensions U_L/E et U_C/E. Pourquoi le facteur de qualité peut il être nommé également coefficient de surtension ?

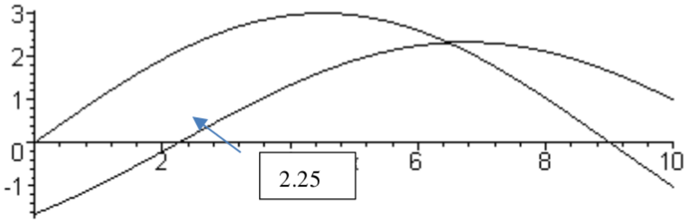
EX 10 – Circuit L-CR en RSF

On considère le circuit ci-contre en RSF de fréquence $f = 2465\,\text{Hz}$, avec $C = 10\,\text{nF}$. On note $e(t) = E\cos(\omega t)$.



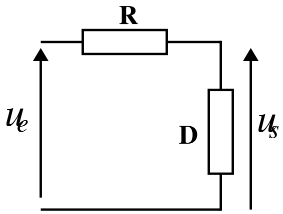
1. Au multimètre numérique on mesure en AC la tension d'entrée : 10,6 V. On injecte cette tension sur la voie 1 d'un oscilloscope ; L'amplification verticale est réglée à 5V/div. Quelle est l'amplitude en carreaux ?

2. On mesure la tension de sortie au multimètre : 8,25 V. On envoie cette tension sur la voie 2. On observe l'oscillogramme ci-dessous. Les graduations correspondent aux carreaux de l'écran. De ces relevés déduire les valeurs de L et R. On pourra judicieusement utiliser des variables réduites.



EX 11 – Filtre passe-bande

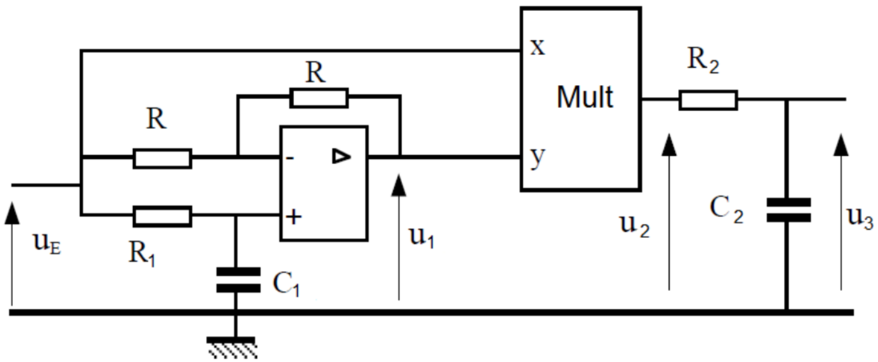
On considère le circuit ci-contre où le dipôle D est composé d'une capacité C et d'une inductance $L = 50\,\mathrm{mH}$.



1. Donner la forme de D pour avoir un filtre passe bande. Tracer le diagramme de Bode. Indiquer l'influence du facteur de qualité Q. Comment choisir R pour améliorer la sélectivité du filtre ?
2. On injecte en entrée la tension $u_e(t) = e_0 \cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t)$. En faisant varier R et C on obtient une quasi-sinusoïde d'amplitude non négligeable devant e_o. Dans le 1er cas on mesure $T = 13,3\,\mathrm{ms}$, et dans le 2ème cas $T = 400\,\mu\mathrm{s}$. Déterminer ω_1 et ω_2 et les valeurs de capacités associées.
3. Comment choisir R pour avoir 99% du gain total qui soit du à la sinusoïde observée ?

EX 12 – Modulation de fréquence

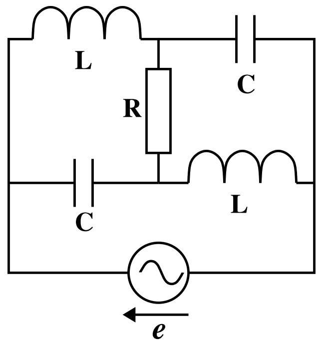
On considère le circuit ci-dessous, où le multiplieur est caractérisé par la relation $u_2(t) = k\,x(t)y(t)$ avec $k = 0,1\,\mathrm{V}^{-1}$. On se place en RSF avec la tension d'entrée $u_E(t) = A\cos(\omega t)$.



1. Comment choisir la constante de temps $\tau_1 = R_1 C_1$ pour que $u_1(t) = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$?
2. On suppose cette dernière condition réalisée, écrire l'expression de $u_2(t)$.
3. Comment choisir la constante de temps $\tau_2 = R_2 C_2$ pour que la tension $u_3(t)$ puisse être assimilée à une tension quasiment constante. Que vaut cette constante ?
4. La condition précédente étant vérifiée, on applique maintenant à l'entrée $u_E(t)$ une tension dite *modulée en fréquence* avec une amplitude constante et une variation de fréquence faible devant la fréquence dite « de repos » de sorte que : $u_E(t) = A\cos((\omega_0 + \Delta\omega)t)$ avec $\Delta\omega \ll \omega_0$ et $R_1 C_1 \omega_0 = 1$. Quelle est l'expression de la tension $u_3(t)$?

EX 13 – Pont de Wheastone

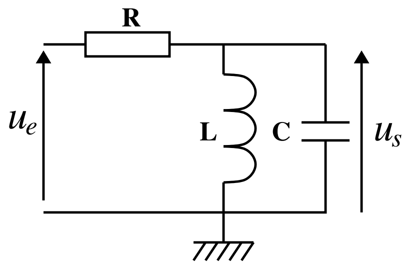
On considère le circuit ci-contre en RSF, avec $e(t) = E\cos(\omega t)$.



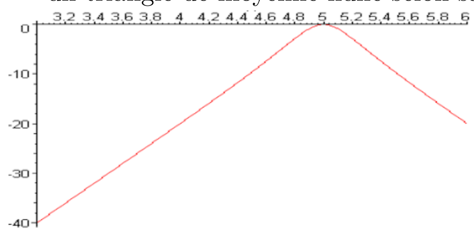
1. Déterminer le courant traversant la résistance R.
2. Quelle est la propriété remarquable de ce courant dans le cas où $LC\omega^2 = 1$? Caractériser alors le générateur équivalent qui se trouve aux bornes de R.

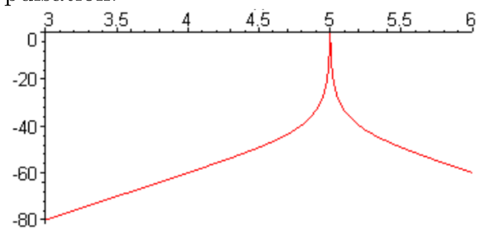
Filtrage

EX 14 – Filtre passe-bande



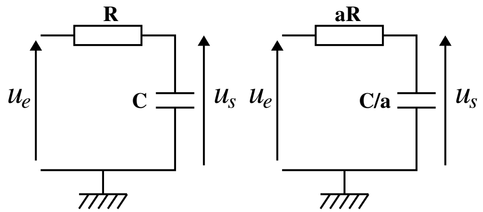
1. Déterminer la fonction de transfert du filtre ci-contre.
2. Interpréter les diagrammes de Bode en gain tracés pour $R = 100\,\Omega$ et $R = 10000\,\Omega$ (en $\log(\omega)$). Identifier quelle valeur de R correspond à chaque graphe.
3. Sachant que $C = 0,1\,\mu F$, déterminer L.
4. Dans le cas où $R = 10^4\,\Omega$, déterminer la réponse à un triangle de moyenne nulle selon sa pulsation.





EX 15 – Filtres RC en cascade

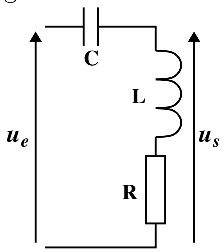
On considère les 2 filtres ci-contre.

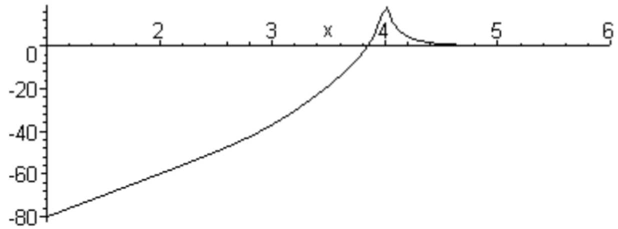


1. Écrire leurs fonctions de transfert. Que se passe-t-il si on les met en cascade ? Que faudrait-il faire pour obtenir le produit des fonctions de transfert ?
2. Déterminer la fonction de transfert globale lors de leur mise en cascade. Que se passe -t-il quand $a \gg 1$? Quelle est la pente de l'asymptote oblique du diagramme de Bode en gain ?

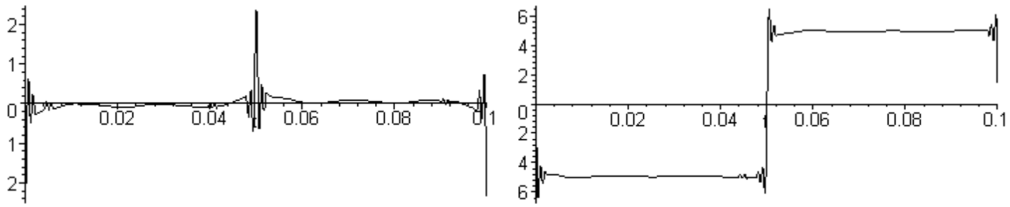
EX 16 – Filtre CLR série

On considère le filtre ci-dessous, avec $C = 0,1\,\mu$F, $L = 0,1\,$H et $R = 10\,\Omega$, et son diagramme de Bode en gain.





1. Établir sa fonction de transfert. Interpréter les différentes pentes du diagramme.
2. On applique en entrée un signal triangulaire de fréquence f et on observe la réponse dans les deux cas suivants : $R = 1\,\Omega$ et $f = 10\,$Hz (gauche), et $R = 100\,\Omega$ et $f = 10\,$Hz (droite). Interpréter les observations.

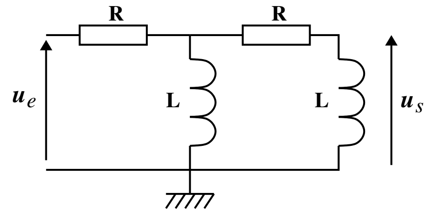


EX 17 – Filtrage d'un créneau

On considère un signal créneaux de période T, de rapport cyclique $\frac{1}{2}$ entre les valeurs 0 et E. La fréquence est de 2000 Hz. Ce signal est appliqué en entrée d'un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{G}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\omega_0 = 200\,\mathrm{rad.s^{-1}}$.
Montrer que le signal de sortie est composé d'une tension continue et d'une tension alternative triangulaire.

EX 18 – Filtres RL en cascade

On considère le circuit ci-contre, composé de deux cellules RL en cascade.



1. Montrer que la fonction de transfert du filtre peut s'écrire sous la forme :
$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2} - \frac{3j}{x}}$$
2. Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain en fonction de x et préciser la pulsation de coupure.
3. On souhaite réaliser un filtre ADSL. Les signaux téléphoniques utilisent des fréquences comprises entre 25 Hz et 3,4 kHz, et les signaux relatifs à Internet des fréquences comprises entre 68 kHz et 1 MHz. Le filtre est utilisé pour récupérer les signaux Internet. On possède des bobines d'inductance $L = 4,0\,$mH. Proposer une valeur des résistances à utiliser.

EX 19 – Lissage d'un signal triangulaire

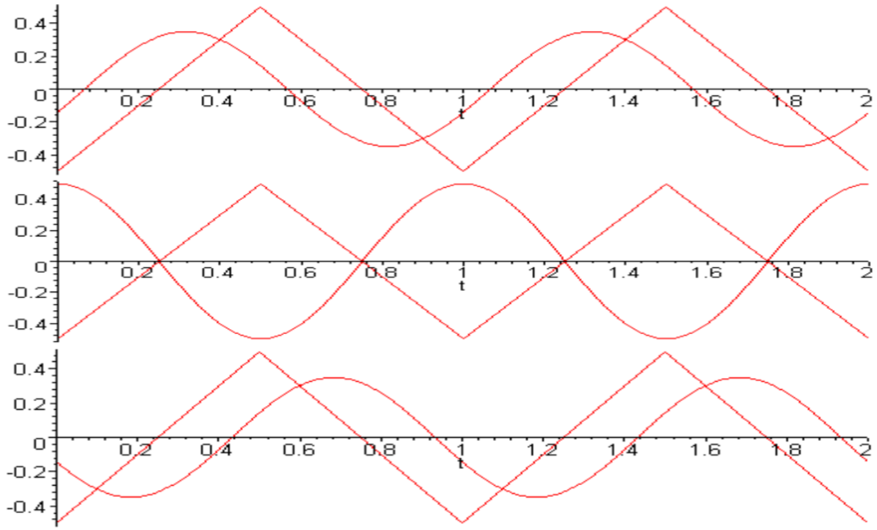
On considère un signal triangulaire de fréquence $f = 1\,$kHz, oscillant entre 0 et $U_{cc} = 10\,$V, tel que $u_e(t=0) = 0$.

1. Représenter l'allure du signal sur 2 périodes. Dans le développement en série de Fourier théorique, lesquels des termes en cosinus ou sinus ne doivent pas apparaître ?
2. On note c_k les coefficients restant, et on a $c_k = 0$ si k pair et non nul, et $c_k = \frac{4U_{cc}}{\pi^2 k^2}$ si k impair. Que vaut c_0 ? L'analyse spectrale obtenue par FFT fait apparaître seulement les 5 premiers pics du développement théorique. Que peut-on en déduire sur la fréquence d'échantillonnage ?
3. Le signal précédent est appliqué à l'entrée d'un filtre RC avec $C = 1\,\mu$F. À la sortie du filtre on désire obtenir une tension continue avec un taux d'ondulation inférieur à 1%. Ce dernier est défini comme le rapport de la tension crête à crête de la composante fondamentale à la valeur moyenne. Déterminer R.

EX 20 – Filtrage d'un signal triangulaire

On considère un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{1}{1+\sqrt{2}jx-x^2}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. La fréquence de coupure est $f_c = 1500\,$Hz.

1. Déterminer la nature du filtre et sa pulsation de coupure.
2. On injecte en entrée une tension triangulaire d'amplitude $U_m = 0,5\,V$ dont les coefficients de la série de Fourier sont $a_0 = 0$, $a_n = -\frac{8U_m}{\pi^2 n^2}$ si n est impair, 0 sinon, et $b_n = 0$. Dire selon les oscillogrammes suivants celui qui convient (t en ms).

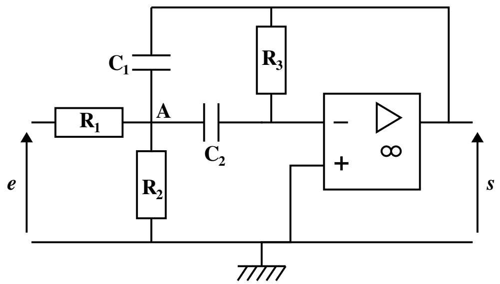


Amplificateur linéaire intégré

EX 21 – Filtre de Rauch

On considère le circuit ci-contre.

1. Trouver la nature du filtre avec un minimum de calculs.
2. Déterminer sa fonction de transfert, et ses caractéristiques. On pourra utiliser la LNTP en A, et faire apparaître des temps caractéristiques et des quantités adimensionnées pour le calcul.



EX 22 – Caractéristiques dynamiques du montage amplificateur non inverseur

Le comportement dynamique d'un ALI réel peut être modélisé par l'équation différentielle suivante entre tension différentielle d'entrée $\varepsilon = V_+ - V_-$ et tension de sortie (par rapport à la masse) :

$$\tau_0 \frac{\mathrm{d}v_s}{\mathrm{d}t} + v_s = \mu\varepsilon \quad \text{avec} \quad \tau_0 \approx 10\,\mathrm{ms}$$

1. Donner l'ordre de grandeur de μ, appelé *gain statique*.
2. On considère le montage amplificateur non inverseur. Dans le cas de la réponse à un échelon, déterminer $v_s(t)$ (en supposant $v_s(0^+) = 0$). Le montage est il stable ?
3. Que se passe-t-il si on permute les bornes inverseuses et non inverseuses ?
4. On reprend le montage ampli non inverseur. Pour quelles fréquences a-t-on la relation statique $v_s \approx G v_e$?
5. Montrer que le produit Gain maximal $\times$ Largeur de bande passante, ou »produit gain bande » $G\omega_c$ est égal à une constante indépendante du choix des résistances. En déduire la représentation de Bode en gain pour différentes valeurs du gain statique G.

EX 23 – Simulation d'une impédance

On considère le circuit ci-contre.

1. Déterminer son impédance d'entrée.
2. Proposer un modèle linéaire simple équivalent. Quel est l'intérêt du montage ?