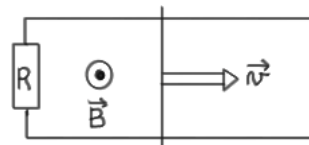


## Induction dans l'ARQS (Programme de Sup)

### EX 1 – Rail de Laplace passif

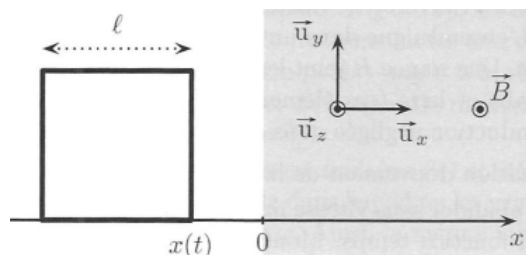
Une tige conductrice de longueur  $\ell$  est déplacée à la vitesse  $v$  constante le long de deux rails conducteurs séparés d'une distance  $d$ . Une résistance  $R$  relie les deux rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme orthogonal au plan des rails.



1. Déterminer le courant dans le circuit et la puissance dissipée.
2. Déterminer la puissance que doit fournir un opérateur pour maintenir la vitesse constante. Commenter.

### EX 2 – Freinage électromagnétique

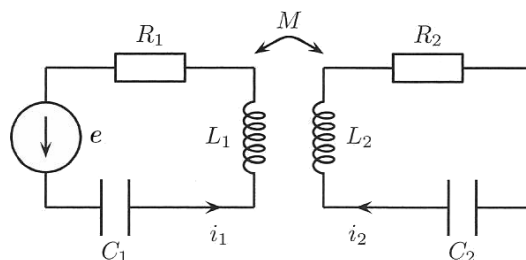
Un cadre carré de cuivre, de résistance électrique totale  $R$  et d'auto-inductance  $L$ , de côté  $\ell$  et de masse  $m$ , est astreint à se déplacer sur une glissière horizontale sans frottement. On repère par  $x(t)$  la position de son côté droit. Il pénètre à  $t = 0$  dans la zone  $x > 0$  où règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ .



1. Déterminer les équations électromécaniques.
2. Déterminer  $x(t)$  en supposant que  $L$  est suffisamment petite pour que le comportement soit proche de celui où on la néglige. Montrer que selon la valeur de  $v_0$ , il y a deux types de mouvements.
3. Vers quel type de comportement devrait-on évoluer si l'on utilise un cadre identique mais beaucoup plus grand.

### EX 3 – Circuits RLC série couplés

On modélise l'interaction entre un émetteur RFID muni d'une antenne et un récepteur de type carte RFID passive par deux circuits RLC série couplés par une inductance mutuelle  $M > 0$ . On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation  $\omega$ , avec  $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ .



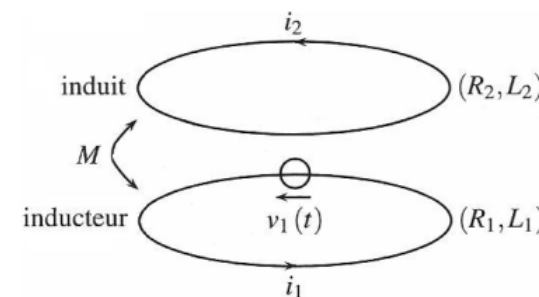
1. Rappeler la pulsation de résonance en courant  $\omega_{01}$  et  $\omega_{02}$  de chacun des circuits pris isolément.

2. On considère dans la suite, pour simplifier les calculs, que  $R_1 = R_2 = R$ ,  $L_1 = L_2 = L$  et  $C_1 = C_2 = C$ . Montrer qu'en raison de l'influence mutuelle, chaque circuit admet maintenant deux pulsations de résonance en courant. On pourra introduire les pulsations caractéristiques  $\omega_a = \frac{1}{RC}$ ,  $\omega_b = \frac{R}{L}$  et  $\omega_c = \frac{R}{M}$  pour simplifier les expressions. Mais on ne cherchera pas nécessairement à calculer exactement les pulsations de résonance.

### EX 4 – Table à induction

Logé dans une table à induction en céramique, un bobinage nommé *inducteur* est alimenté en courant sinusoïdal et génère un champ magnétique variable au sein d'une plaque circulaire constituant le fond métallique d'une casserole. Ce champ induit des courants de Foucault dans la plaque, qui chauffent le récipient. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque, nommée *induit*, assimilable à une spire unique fermée sur elle-même.

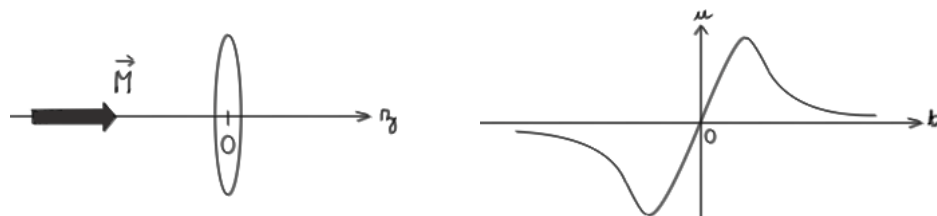
L'inducteur, de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique  $R_1 = 1,8 \cdot 10^{-2} \Omega$  et d'auto-inductance  $L_1 = 30 \mu\text{H}$ . Il est alimenté par une tension  $v_1(t)$  sinusoïdale de fréquence  $f = 25 \text{ kHz}$ . La plaque est de résistance  $R_2 = 32 \text{ m}\Omega$  et d'auto-inductance  $L_2 = 0,24 \mu\text{H}$ . L'ensemble inducteur-induit se comporte comme deux circuits couplés par une inductance mutuelle  $M$ .



1. (*Question Spe*) Justifier qualitativement la modélisation choisie en analysant la structure des courants de Foucault dans la plaque. Quel est le signe de  $M$  ?
2. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits, et en déduire le rapport des amplitudes complexes des courants  $\frac{I_2}{I_1}$ , ainsi que l'impédance complexe effective  $\underline{Z}_e = \frac{V_1}{I_1}$ .
3. Montrer que  $L_1\omega \gg R_1$  et  $L_2\omega \gg R_2$  et simplifier les expressions précédentes en conséquence. Faire l'application numérique sachant que  $M = 2 \mu\text{H}$ .
4. Indiquer qualitativement comment l'amplitude du courant  $i_1$  appelé par l'inducteur évolue lorsque l'on soulève la casserole ?

### EX 5 – Détection du passage d'une source de champ magnétique

Sur l'axe d'une spire de rayon  $a$  et de résistance  $R$  peut coulisser sans frottements un dipôle magnétique de moment  $\vec{M}$  et de masse  $m$ . On néglige l'auto-induction dans la spire. On mesure la tension  $u$  aux bornes de la spire et on obtient au cours du temps le signal ci-dessous.



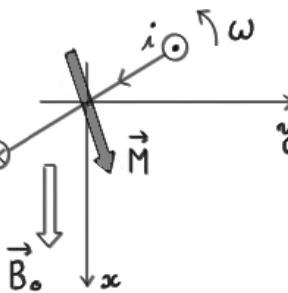
Expliquer qualitativement la forme de cette courbe et précisez le sens du branchement et l'orientation du dipôle.

### EX 6 – Anneau tournant autour d'une aiguille aimantée

Un anneau de rayon  $a$  qui se comporte comme une bobine plate de  $N$  spires, de résistance  $R$  et d'inductance  $L$  tourne autour de son axe vertical à la vitesse angulaire  $\omega$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique horizontal  $\vec{B}_0$  uniforme et constant. Une aiguille aimantée placée au centre la bobine peut tourner autour de l'axe vertical. En régime permanent, elle forme un angle  $\theta$  avec le champ  $\vec{B}_0$ . L'anneau tourne assez vite pour que l'aiguille n'ait pas le temps de le suivre.

Trouver l'angle  $\theta$  en fonction des autres paramètres.

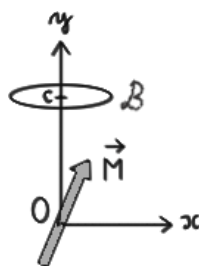
*Indication :* le champ magnétique créé en son centre par une spire circulaire de rayon  $a$  parcourue par un courant  $i$  vaut  $B_s = \frac{\mu_0 i}{2a}$ .



### EX 7 – Étude d'un alternateur (ou « dynamo ») de bicyclette

Une bobine circulaire plate d'axe  $(Oy)$  et de centre  $C$ , notée  $\mathcal{B}$  ( $N$  spires, rayon  $a$ , inductance  $L$ , résistance  $r$ ) est reliée à une ampoule de résistance  $R$ . Un aimant permanent assimilé à un dipôle magnétique placé en  $O$ , de moment  $\vec{M}$  orthogonal à  $(Ox)$ , tournant autour de cet axe à la vitesse angulaire  $\omega$ . On note  $OC = d$ .

On donne l'expression du champ créé par une bobine parcourue par un courant  $i$  sur son axe à la distance  $y$  de son centre :  $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{a^2}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$ .



1. Calculer le flux du champ qui serait créé par  $\mathcal{B}$  à travers la spire équivalente à  $\vec{M}$ . En déduire l'expression du flux à travers  $\mathcal{B}$  au cours du temps.
2. Déterminer  $i(t)$  dans la lampe.
3. Quelle est la valeur limite de la tension aux bornes de la lampe si  $\omega$  devient très grand.
4. Déterminer la puissance moyenne reçue par la lampe.
5. Calculer le couple que l'on doit exercer sur l'aimant pour maintenir sa vitesse constante. En déduire le rendement de la dynamo.

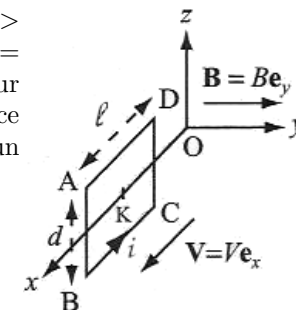
6. Faire une application numérique.

### EX 8 – Moteur linéaire asynchrone

Un cadre conducteur rectangulaire ABCD vertical, de côtés  $d$  et  $\ell$ , se translate à la vitesse  $\vec{V} = V\vec{e}_x$  supposée constante ( $V > 0$ ). Son centre  $K$  évolue sur l'axe  $(Ox)$ , avec la position  $X(t) = X_0 + Vt$ , où  $X_0 \in [-\ell, \ell]$ . Ses côtés DA et BC, de longueur  $\ell$ , sont parallèles à  $(Ox)$ . Il est caractérisé par une résistance électrique  $R$  et une inductance propre  $L$ . Il est plongé dans un champ magnétique variable et propagatif

$$\vec{B} = B_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{p}\right) \vec{e}_y$$

avec  $p = 2\ell = 1,0 \text{ m}$  et  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$ .



1. Exprimer et calculer la vitesse de propagation  $v$  du champ  $\vec{B}$  appliqué. Dans toute la suite on utilisera dans les calculs les quantités

$$\Omega = \omega \left( \frac{V}{v} - 1 \right), \quad \theta = \frac{2\pi X_0}{p} + \Omega t \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{B_0 d p}{\pi}.$$

2. Dans un premier temps on néglige l'inductance propre  $L$  dans le modèle électrique.
  - a) Calculer l'intensité du courant  $i$  induit dans le cadre, la force de Laplace résultant  $\vec{F}$  et sa valeur moyenne  $\langle \vec{F} \rangle$ . Donner une condition pour qu'elle soit motrice.
  - b) En supposant l'inertie du cadre suffisante, montrer que sous l'action de la force résistance  $\vec{F}_0 = -F_0 \vec{e}_x$  un régime stationnaire peut se réaliser à une vitesse  $V_0$  à déterminer.
  - c) Représenter graphiquement  $\langle \vec{F} \rangle$  en fonction de  $V$ , et discuter de la stabilité du point de fonctionnement déterminé ci-dessus. Quelle est la valeur limite de  $F_0$  à respecter ? Le moteur démarre-t-il sans assistance ? Pourquoi parle-t-on de moteur « asynchrone » ?
3. On considère maintenant le rôle de l'inductance propre  $L$ . Reprendre les questions précédentes dans le même ordre. On représentera  $\langle \vec{F} \rangle$  d'abord en fonction de  $\Omega$  puis en fonction de  $V$  en distinguant les cas  $R < L\omega$  et  $R > L\omega$ .
4. On remplace le cadre ABCD par trois cadres identiques à ABCD mais décalés de  $\frac{p}{3}$  selon  $(Ox)$ , et isolés galvaniquement les uns des autres. Que devient  $\theta$  pour chaque cadre ? Que vaut la force de Laplace résultante ? Quel est l'intérêt de cette modification ?  
Qualitativement, que se passerait-il si on remplaçait chaque cadre par une plaque rectangulaire conductrice ?