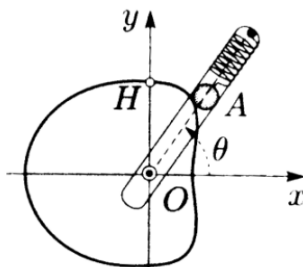


# Mécanique - Révisions PCSI

## Cinématique

### EX 1 – Mouvement le long d'une came

Un point matériel  $A$  est astreint à se déplacer, dans la plan  $Oxy$  d'un repère  $Oxyz$ , le long du pourtour d'une came fixe dans le référentiel  $\mathcal{R}$  d'étude. L'équation polaire de la came est  $r = b - c \cos \theta$ . La tige qui permet le mouvement réalise à l'aide d'un ressort le contact sur la came, tourne uniformément autour de l'axe  $Oz$ , avec une vitesse angulaire  $\omega$ .



1. Exprimer, en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , la vitesse et l'accélération de  $A$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .
2. Calculer les normes  $v$  et  $a$  lorsque  $A$  est en  $H$ , pour  $\omega = 30 \text{ tr. min}^{-1}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$  et  $c = 1 \text{ cm}$ .
3. Construire la base de Frenet en fonction de la base polaire et de la variable  $\theta$ .
4. En déduire le rayon de courbure  $\rho$  en fonction de  $\theta$ . À quel endroit est-il minimal ou maximal, et quelles sont ses extrêmes ?

## Énergie

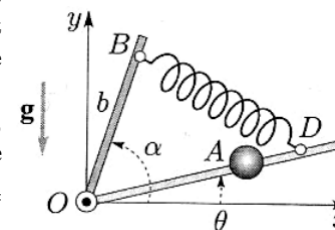
### EX 2 – Mouvement d'une perle sur une hélice

On enfile des perles sur un fil métallique matérialisant une hélice circulaire d'axe  $(Oz)$  vertical ascendant et d'équations  $x = R \cos \theta$ ,  $y = R \sin \theta$  et  $z = p\theta$  où  $p > \theta$ . La perle étant abandonnée sans vitesse initiale en un point de côte  $z = h = p\theta_0$ , établir les lois horaires de son mouvement ultérieur en l'absence de frottements. On note  $g$  l'intensité du champ de pesanteur.

## Énergie et Oscillateurs

### EX 3 – Sismographe de Lacoste

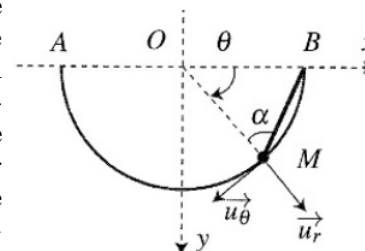
Une tige de masse négligeable et de longueur  $\ell$ , portant un point matériel  $A$ , de masse  $m$ , oscille sans frottement autour de l'axe  $Oz$  horizontal d'un référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  supposé galiléen où  $Oy$  est la verticale ascendante. Un ressort de raideur  $K$  (longueur à vide négligeable), d'extrémités  $B$  et  $D$ , exerce sur la tige une force de rappel. On note :  $OA = \ell$ ,  $OB = b$ ,  $OD = d$ ,  $(\vec{u}_x, \vec{OB}) = \alpha = \text{cste}$  (ajustable dans le dispositif) et  $(\vec{u}_x, \vec{OA}) = \theta$ .



1. Etablir l'équation différentielle en  $\theta$ .
2. À quelle condition sur  $\alpha$  l'angle définissant la position d'équilibre est-il nul ? Cette position est-elle stable ?
3. Trouver l'expression de la période  $T_0$  des petites oscillations. On donne  $\ell = 5 \text{ cm}$ . Quelle doit être la valeur de  $\alpha$  pour que la période  $T_0$  soit de 20 s ?

### EX 4 – Mouvement d'une bille reliée à un ressort sur un cercle

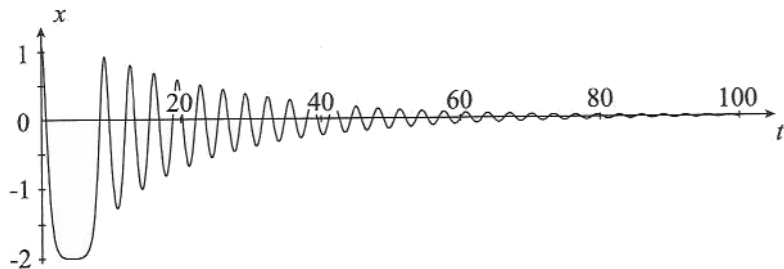
On considère le mouvement d'une bille  $M$  de masse  $m$  pouvant coulisser sans frottement sur un cerceau de centre  $O$  et de rayon  $R$  disposé dans un plan vertical. On note  $AB$  le diamètre horizontal du cerceau,  $Ox$  l'axe horizontal,  $Oy$  l'axe vertical descendant et  $\theta$  l'angle entre  $Ox$  et  $OM$ . La bille est attachée à un ressort de longueur à vide nulle et de raideur  $k$  dont la seconde extrémité est fixée en  $B$ . Elle ne peut se déplacer que sur le demi-cercle inférieur.



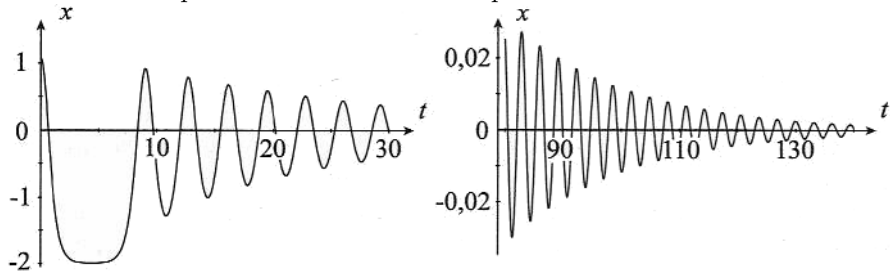
1. Trouver les éventuelles positions d'équilibre du système. Sont-elles stables ?
2. Établir l'équation différentielle du mouvement en  $\theta$ .
3. Le cas échéant, trouver la pulsation des petites oscillations autour de la/des position(s) d'équilibre stable(s).

### EX 5 – Étude expérimentale d'un oscillateur

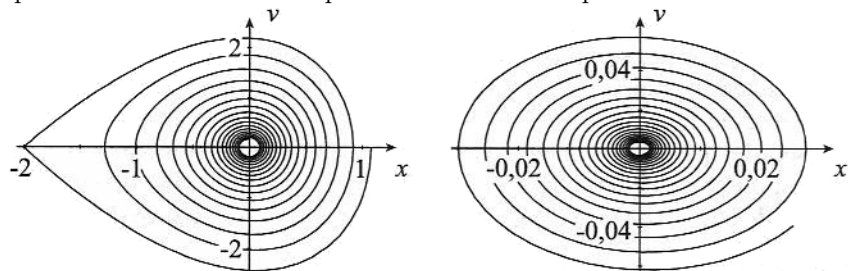
Soit un oscillateur unidimensionnel dont aucune caractéristique n'est connue. Lâché sans vitesse initiale d'une certaine position, l'amplitude ainsi que son portrait de phase sont relevés au cours du temps (cf figures ci-dessous). Interpréter ces résultats expérimentaux et en déduire le plus d'informations possible sur cet oscillateur. Donner l'allure de l'énergie potentielle  $E_p(x)$  du système.



Amplitude en fonction du temps de 0 à 100 secondes.



Amplitude en fonction du temps de 0 à 30 secondes puis de 80 à 140 secondes.



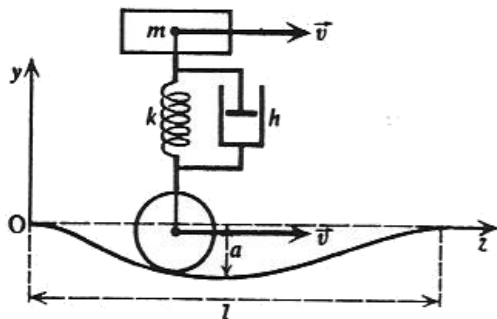
Portraits de phase de 0 à 60 secondes puis de 80 à 140 secondes.

### EX 6 – Effet d'un creux sur le mouvement d'une voiture

Une automobile peut être schématisée par une masse  $m$  supportée par un ressort de raideur  $k$ , équipé d'un amortisseur de coefficient de frottement  $h$ . Animée dans son ensemble d'une vitesse horizontale  $\vec{v} = v\vec{u}_z$ , la voiture roule sur un creux de la route dont le profil, occupant une longueur  $\ell$ , est représenté par

$$y_s(t) = \frac{a}{2} \left( \cos \left( \frac{2\pi z}{\ell} \right) - 1 \right)$$

On note  $y$  la cote du centre de masse de la voiture et  $y_0$  sa position à l'équilibre. L'amortisseur exerce une force de frottement sur la masse  $m$  proportionnelle à la vitesse



relative à l'axe de la roue,  $\vec{F} = -h(\dot{y} - \dot{y}_s)\vec{u}_y$ .

Données :  $m = 1,0 \times 10^3$  kg,  $k = 5,0 \times 10^4$  m.N<sup>-1</sup>,  $h = 1,4 \times 10^4$  kg.s<sup>-1</sup>,  $v = 90$  km.h<sup>-1</sup>,  $\ell = 0,50$  m,  $a = 0,10$  m

1. Établir l'équation différentielle portant sur l'écart  $Y(t) = y(t) - y_0$  dans le creux de la route.
2. À quelle condition sur la vitesse  $v$  peut-on considérer que  $y$  n'a quasiment pas varié à la sortie du trou ? Est-elle vérifiée ? Sous cette hypothèse, calculer la vitesse verticale de la voiture à la sortie du trou.
3. En déduire l'amplitude des oscillations verticales qui apparaissent par la suite. Quelle sera la durée caractéristique  $\tau$  des oscillations ?

### EX 7 – Vibration d'une molécule diatomique

La molécule diatomique HCl est modélisée, selon un axe fixe, par deux masses ponctuelles distantes de  $r$ . Puisque l'atome de Chlore est beaucoup plus lourd que celui d'hydrogène, il peut être considéré fixe. Seul le noyau d'hydrogène de masse  $m$  est alors susceptible de se déplacer, il subit l'énergie potentielle d'interaction :

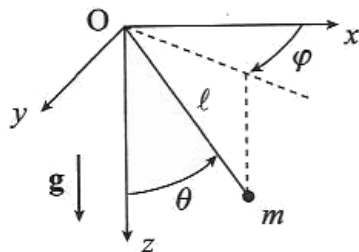
$$E_p = \frac{C}{r^n} - \alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

où  $C$ ,  $\alpha$  et  $n$  sont des constantes positives. En l'absence de tout champ extérieur, la distance d'équilibre inter-atomique est  $r_0$ . L'énergie minimale à fournir pour dissocier cette molécule sera notée  $E_d$ .

1. Interpréter les deux termes de l'énergie potentielle et représenter l'allure de  $E_p(r)$ , en précisant graphiquement la position  $r_0$  et l'énergie  $E_d$ .
2. Exprimer la pulsation  $\omega_0$  des petites oscillations de la molécule, ainsi que l'énergie de dissociation  $E_d$ . On introduira la constante de raideur  $k$  du ressort équivalent.
3. Des mesures spectroscopiques permettent d'accéder expérimentalement à  $r_0$ ,  $\omega_0$  et  $E_d$ . Calculer les valeurs des constantes  $C$ ,  $\alpha$  et  $n$ .  
Données :  $m = 1,66 \times 10^{-27}$  kg,  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C,  $r_0 = 1,27 \times 10^{-10}$  m,  $\omega_0 = 5,45 \times 10^{14}$  rad.s<sup>-1</sup>,  $E_d = 400$  kJ.mol<sup>-1</sup>.
4. Le temps de réponse caractéristique de la molécule est  $\tau = 10^{-9}$  s. Donner le facteur de qualité  $Q$  de cet oscillateur. Dans quel domaine de longueur d'onde faudrait-il travailler pour briser cette liaison en l'éclairant ?
5. La molécule est maintenant excitée à sa fréquence propre par un champ électrique  $E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t)$ . Nous supposons que la force subie alors par le noyau d'hydrogène est  $F(t) = \beta e E(t)$ , où  $\beta$  est de l'ordre de l'unité. Déterminer l'amplitude des oscillations forcées. Estimer l'ordre de grandeur du champ nécessaire pour briser la molécule. Discuter la validité du modèle linéaire, et le choix de la longueur d'onde excitatrice.

### EX 8 – Mouvement tri-dimensionnel d'un pendule

Soit un pendule simple de longueur  $\ell$  et de masse  $m$  supposée ponctuelle est fixé en  $O$  dans un référentiel galiléen. La liaison rotule avec le support est supposée parfaite, et on néglige les frottements de l'air. Il est initialement écarté de la verticale d'un angle  $\theta_0$  dans le plan  $Oxz$ , et lancé à la vitesse horizontale  $\vec{v}_0$  selon  $Oy$ . Les coordonnées sphériques  $\ell, \theta, \varphi$  seront utilisées pour décrire ce mouvement. On note  $\vec{v}_1$  la vitesse de la masse au point le plus élevé de sa trajectoire, et  $\theta_1$  l'angle correspondant.



1. Montrer que la composante verticale  $\sigma^{Oz}$  du moment cinétique de la masse en  $O$  est conservée.
2. Justifier que l'énergie mécanique de la masse est conservée.
3. En déduire une équation permettant de déterminer l'angle maximal  $\theta_1$  atteint.
4. Donner la valeur que doit prendre  $v_0 = \|\vec{v}_0\|$  pour avoir  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ . Vérifier la pertinence du résultat dans les cas limites  $\theta_0 = 0$  et  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ .
5. Montrer de manière plus générale que le mouvement est nécessairement périodique entre deux valeurs extrêmes  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . À quelle condition peut-il atteindre  $\theta = 0$ ?

### Forces centrales newtoniennes

### EX 9 – Freinage d'un satellite

On étudie l'évolution lente du mouvement d'un satellite artificiel de la Terre dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. On néglige les autres interactions gravitationnelles que celle entre la Terre et le satellite. On note  $M_T$  la masse de la Terre,  $R_T$  son rayon,  $m$  la masse du satellite supposée petite devant  $M_T$ ,  $g_0$  le champ de gravitation en surface de la Terre. En première approximation, le satellite est situé sur une orbite circulaire de rayon  $r = R_T + z$ , de période de révolution  $T$  et de vitesse  $v$ . On souhaite modéliser le changement progressif d'orbite dû à la force de frottement exercée par l'atmosphère, modélisée par la loi quadratique  $\vec{F} = -hv\vec{v}$ .

1. Établir l'expression de la vitesse  $v$  et de la période  $T$  caractérisant l'orbite circulaire en l'absence de frottements, en fonction de l'altitude  $z$ , de  $g_0$  et  $R_T$ . Comment évoluent  $v$  et  $T$  si  $z$  décroît ?
2. En déduire l'expression du moment cinétique  $\sigma$  du satellite calculé au centre de la Terre  $O$ , en fonction des mêmes variables.
3. Montrer que ce dernier n'est pas conservé du fait des frottements. En exprimant de deux façons sa variation  $\Delta\sigma$  au cours d'une révolution, en déduire une équation portant sur la variation d'altitude  $\Delta z$  engendrée au cours de cette révolution.

4. Le satellite se rapproche-t-il ou s'éloigne-t-il ? Qu'en déduire sur sa vitesse ? Interpréter ce fait par une approche énergétique, en montrant que l'énergie potentielle varie deux fois plus vite que l'énergie cinétique.
5. Exploiter la relation précédente sur  $\Delta z$  pour former une équation différentielle sur  $z$ , et la résoudre pour trouver l'évolution de  $z(t)$ .

### EX 10 – Distance minimale d'approche de deux charges

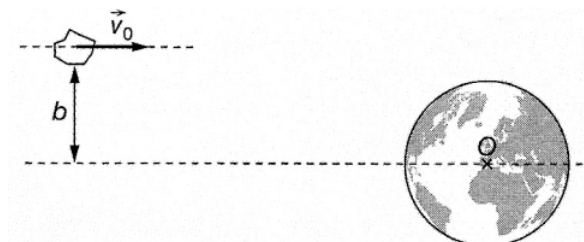
Une particule chargée, de charge  $Q > 0$ , est fixe dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$  et placée en  $O$ . Un point, matériel  $M$  de masse  $m$  est initialement lancé du point  $M_0$  de l'axe  $Ox$  à la vitesse  $\vec{v}_0 = -v_0\vec{u}_x$  avec  $v_0 > 0$ . La particule  $M$  porte la charge  $q > 0$ . On note  $x_0 > 0$  l'abscisse de  $M$  à  $t = 0$  et on néglige toute force autre que la force électrostatique.

1. Montrer que le moment cinétique de  $M$  en  $O$  est constant est nul. En déduire que le mouvement est rectiligne.
2. Montrer que le mouvement se poursuit jusqu'à une distance minimale  $x_1$  entre  $O$  et  $M$ , qu'on exprimera en fonction de  $x_0, v_0, q, Q$  et  $m$ .
3. Exprimer la durée  $\tau$  du mouvement depuis sa position initiale jusqu'à la distance minimale d'approche, sous forme d'une intégrale, en fonction de  $x_1, q, Q$  et  $m$ .
4. Calculer  $\tau$  en fonction de  $x_1, q, Q, m$  et de  $\alpha = x_0/x_1$ . On donne la primitive :

$$\int \sqrt{\frac{u}{u-1}} du = \sqrt{u(u-1)} + \frac{1}{2} \ln(2u-1 + 2\sqrt{u(u-1)})$$

### EX 11 – Distance minimale d'approche d'un astéroïde

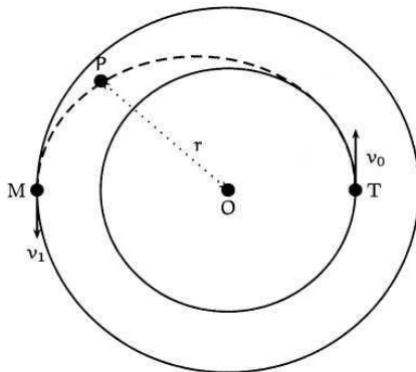
La Terre est supposée fixe de centre  $O$ , sphérique de rayon  $R$  et de masse  $M$ . Un astéroïde de masse  $m$  approche de la Terre. Au loin, il possède la vitesse  $\vec{v}_0$ , avec un paramètre d'impact  $b$ .



1. Justifier la nature géométrique de la trajectoire de l'astéroïde.
2. Quelle(s) grandeur(s) se conservent dans ce problème ?
3. Calculer la distance minimale d'approche de l'astéroïde par rapport au centre de la Terre.
4. Trouver une condition pour que l'astéroïde ne s'écrase pas.

### EX 12 – Orbites de transfert

On travaille dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen. Le Soleil, de masse  $M_S$ , est situé à l'origine du repère. Tous les mouvements étudiés se feront dans le plan  $Oxy$ , sous l'action de la seule force de gravitation exercée par le Soleil.



1. Un satellite du Soleil, assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$ , est en mouvement circulaire autour du Soleil à la vitesse  $v$ .
  - a) Exprimer en fonction de  $v$  la période  $T$  du mouvement du satellite, ainsi que son énergie mécanique massique  $e$ .
  - b) Le rayon de l'orbite terrestre est  $R_0 = 1,50 \times 10^{11}$  m. Calculer  $T_0$  et  $e_0$  pour la trajectoire terrestre, sachant que la vitesse de la Terre sur son orbite (supposée ici circulaire) est  $v_0 = 30 \text{ km.s}^{-1}$ .
2. La planète Mars est aussi en mouvement circulaire autour de  $O$ , avec une période  $T_1 = nT_0$ , où  $n = 1,88$ . Calculer la vitesse  $v_1$  de Mars sur son orbite, ainsi que le rayon  $R_1$  de l'orbite martienne.
3. On étudie le mouvement d'un mobile  $P$  joignant les trajectoires terrestre et martienne selon une trajectoire elliptique, tangente aux trajectoires terrestre et martienne en deux points  $T$  et  $M$  diamétralement opposés par rapport au Soleil (voir figure).
  - a) Déterminer l'énergie mécanique massique  $e_P$  du mobile  $P$ , en fonction des énergies mécaniques massiques  $e_0$  et  $e_1$  de la Terre et Mars.
  - b) Déterminer  $e_p$  en fonction de  $v_0$  et  $n$ .
  - c) En déduire la vitesse  $v(r)$  du mobile  $P$  en fonction de sa distance  $r$  au Soleil, et de  $R_0$ ,  $v_0$  et  $n$ .
  - d) Exprimer en particulier la vitesse  $v_i$  lorsque  $P$  passe par le point  $T$ , et sa vitesse  $v_f$  lorsqu'il passe par le point  $M$ . Comparer  $v_i$  à  $v_0$  et  $v_f$  à  $v_1$ . Conclure.

### Particules chargées

#### EX 13 – Mouvement de charges dans un filtre de vitesse

Un jet de particules de charge  $q$ , de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_y$  pénètre dans un filtre, enceinte vide, dans lequel sont appliqués des champs magnétique  $\vec{B} = B \vec{u}_x$  et électrique  $\vec{E} = E \vec{u}_z$  uniformes.

1. Montrer que pour une valeur particulière  $v_0 = v_d$  à déterminer, la particule traversera l'enceinte dans un mouvement rectiligne uniforme. En déduire comment réaliser un filtre de vitesse.

2. On s'intéresse maintenant au mouvement général des particules ayant une vitesse  $v_0$  quelconque. Montrer que de manière générale le mouvement peut se décomposer en un mouvement de translation de vitesse  $v_d \vec{u}_y$  et un mouvement circulaire uniforme vertical, dont on donnera la vitesse angulaire  $\omega$  et le rayon  $\rho$ . Ainsi la trajectoire sera une cycloïde.
3. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer les expressions de  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$  en tenant compte des conditions initiales.
4. Dans le cas particulier où  $v_0 = 0$ , tracer l'allure de la trajectoire après avoir étudié quelques instants particuliers.
5. De même, dans le cas particulier où  $v_0 = \frac{2E}{B}$ , représenter l'allure de la nouvelle cycloïde sur le même graphe.
6. Même question pour les valeurs quelconques de  $v_0$  dans les intervalles  $]0, \frac{E}{B}[$ , puis  $]\frac{E}{B}, \frac{2E}{B}[$  puis enfin  $]\frac{2E}{B}; \infty[$  : tracer l'allure de la cycloïde dans chaque cas. À quoi correspond le cas  $v_0 = \frac{E}{B}$  ?

#### EX 14 – Résonance cyclotronique

Une particule  $P$  de charge  $q$  et de masse  $m$  est lancée depuis le point  $(a, 0, 0)$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0 = -a\omega_0 \vec{u}_y + \gamma a\omega_0 \vec{u}_z$  non-relativiste dans un champ magnétique uniforme et permanent  $\vec{B} = B \vec{u}_z$  (on note  $\omega_0 = \frac{qB}{m}$ ).

1. Déterminer les équations horaires de la trajectoire  $x(t)$  et  $y(t)$ , et représenter son allure en 3D.
2. En plus de  $\vec{B}$ , on applique maintenant un champ électrique  $\vec{E}$  de direction orthogonale à  $\vec{B}$ , uniforme dans la région où se déplace la particule et variant simultanément dans le temps :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$ .  
Démontrer que l'équation différentielle régissant le mouvement est :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon a \omega_0^2 \cos(\omega t)$$

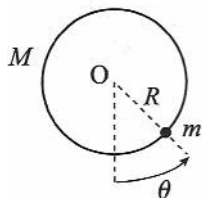
où l'on déterminera  $\varepsilon$  en fonction de  $q$ ,  $E_0$ ,  $m$ ,  $a$  et  $\omega_0$ .

3. Résoudre cette équation différentielle dans le cas où  $\omega \neq \omega_0$ . Trouver  $x(t)$  et  $y(t)$ .
4. En déduire l'existence d'une résonance dans le cas particulier où  $\omega = \omega_0$ . Pour résoudre l'équation différentielle dans ce cas, on prendra comme solution particulière  $x_p = \lambda t \sin(\omega t)$ . Représenter schématiquement l'allure de la trajectoire en 3D dans ce cas.
5. Expliquer comment le dispositif précédent, appliqué à des particules soumises initialement au seul champ magnétique et formant donc un faisceau de direction  $Oz$ , peut-il servir à réaliser une séparation isotopique.

Solides et systèmes

**EX 15 – Mouvement d'un cerceau lesté**

Un cerceau de masse  $M$  et de rayon  $R$  peut tourner librement autour de son axe fixe horizontal passant par  $O$ . Une masse ponctuelle  $m$  y est fixée. Déterminer par deux méthodes la pulsation  $\omega_0$  des petites oscillations du système.



**EX 16 – Intérêt des volants d'inertie**

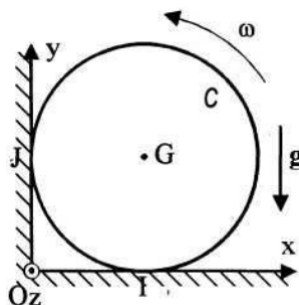
Un solide, susceptible de tourner autour d'un axe fixe  $\Delta$  et de moment d'inertie  $J$  par rapport à cet axe, subit un couple moteur de moment résultant  $\Gamma_m(t)$ , ainsi qu'un couple de frottement fluide de moment résultant  $\Gamma_f = -\mu\omega$  où  $\omega$  est la vitesse angulaire du solide.

- Déterminer la vitesse de rotation en régime permanent pour une excitation sinusoïdale  $\Gamma_m(t) = \Gamma_0 \cos(\Omega t)$ .
- Discuter l'utilité de l'ajout d'un volant d'inertie sur le rotor d'une machine tournante.

Un volant d'inertie est un disque, anneau ou cylindre de rayon important conçu pour avoir un grand moment d'inertie par rapport à son axe de rotation. Il peut être ajouté à un rotor de machine tournante, ou utilisé seul pour le stockage d'énergie.

**EX 17 – Cylindre patinant contre un mur**

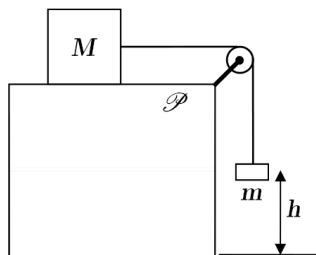
Un cylindre homogène  $C$ , de masse  $m$ , de rayon  $r$ , de moment d'inertie  $J = mr^2$  par rapport à son axe de symétrie  $Gz$ , tourne comme indiqué sur la figure ci-contre avec une vitesse angulaire initiale  $\omega_0$ . On note  $f$  le coefficient de frottement de glissement du cylindre avec les parois.



- Déterminer les réactions du sol et du mur, respectivement  $\vec{R}_I$  et  $\vec{R}_J$ , ainsi que la vitesse angulaire  $\omega(t)$  de  $C$  à un instant  $t > 0$ .
- Retrouver  $\omega(t)$  par des arguments énergétiques.

**EX 18 – Mesure d'un coefficient de frottement**

Un bloc de masse  $M$  repose sur le plan  $\mathcal{P}$  avec un coefficient de frottement de glissement  $f$ . Le fil liant  $M$  à un bloc de masse  $m$  est inextensible et ne frotte pas sur la gorge de la poulie, elle-même supposée de masse négligeable. Le système est abandonné sans vitesse initiale,  $m$  étant à une hauteur  $h$  du sol.

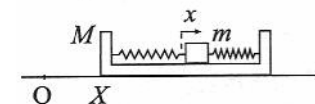


- Montrer que le mouvement de  $M$  peut se décomposer en deux phases distinctes. Comment évolue sa vitesse au cours du mouvement ? Calculer la vitesse maximale atteinte par  $M$ .
- Montrer que ce dispositif permet de mesurer le coefficient de frottement  $f$ . L'exprimer en fonction des paramètres utiles.
- Reprendre la question en supposant à présent la poulie de rayon  $r$ , et de moment d'inertie  $J$  par rapport à son axe de rotation.

**EX 19 – Système de 2 masses reliées par un ressort**

Un support de masse  $M$  peut glisser sans frottement sur le sol horizontal. Deux ressorts identiques, de masse négligeable et de raideur  $k$ , ont une extrémité fixée au support tandis que l'autre est reliée à une masse  $m$  pouvant glisser sans frottement sur  $M$ .

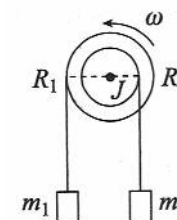
La variable  $X(t)$  repère la position du support par rapport au sol, et  $x(t)$  celle de la masse  $m$  par rapport au support, les ressorts étant au repos pour  $x = 0$ . Le support étant maintenu immobile, la masse  $m$  est décalée de  $x_0$ , puis l'ensemble est lâché sans vitesse initiale.



- Montrer que la quantité de mouvement et l'énergie du système sont conservées au cours du temps. Les exprimer en fonction des variables. En déduire la pulsation des oscillations du système.
- Retrouver la pulsation sans calcul dans les deux cas limites  $m \ll M$  et  $m \gg M$ .
- Le support subit maintenant un frottement solide de coefficient  $f$  de la part du sol. À quelle condition la masse  $M$  glisse-t-elle sur le sol ?

**EX 20 – Machine d'Atwood**

Deux fils, auxquels sont suspendues des masses  $m_1$  et  $m_2$ , sont enroulés en sens opposés sur deux rayons différents  $R_1$  et  $R_2$  d'une poulie d'axe fixe. Le tout est immobile au départ. Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe de rotation est noté  $J$ .



- Déterminer l'expression de la vitesse de rotation  $\omega(t)$  de la poulie en fonction du temps, en appliquant le théorème du moment cinétique à l'ensemble.
- Retrouver  $\omega(t)$  en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble.
- Déterminer les tensions  $T_1$  et  $T_2$  des fils.