Ondes acoustiques dans les fluides

EX 1 – Effet du vent sur des ondes acoustiques

On s'intéresse à des ondes sonores se propageant selon $\vec{u}_x$ dans un fluide parfait lui-même en mouvement à la vitesse uniforme $\vec{u}_0 = u_0\vec{u}_x$ ($u_0 > 0$) par rapport au référentiel terrestre d'étude $\mathcal{R}$. On suppose que $u_0 \ll c_s$ la célérité des ondes acoustiques pour le même fluide au repos.

1. Établir les équations linéarisées régissant la propagation de ces ondes. En déduire l'équation de propagation de ces ondes.
2. En déduire la relation de dispersion pour une propagation selon $+\vec{u}_x$ ou $-\vec{u}_x$. Quel est l'effet du vent sur une onde sinusoïdale ?
3. Faire le lien entre ce résultat et l'effet Doppler, en utilisant un second référentiel $\mathcal{R}'$. On pourra utiliser l'invariance des forces par changement de référentiel pour conclure. Obtient-on les mêmes relations que par l'interprétation cinématique de l'effet Doppler ?

EX 2 – Échographie

L'échographie utilise des ultrasons de fréquence typique de 1 à 50 MHz. On modélise le problème par des ondes acoustiques planes en incidence normale sur des interfaces successives assimilées à des plans parallèles. On utilise un gel pour combler complètement l'espace entre l'émetteur et la peau, dont la surface n'est pas rigoureusement plane. Les impédances acoustiques des différents milieux en jeu sont : $Z_{\text{ém}} = 10^7\,\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$, $Z_{\text{air}} = 430\,\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$, $Z_{\text{corps}} = 1,5.10^6\,\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ et $Z_{\text{gel}} = 1,4.10^6\,\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$.

1. Retrouver l'expression des coefficients de transmission et réflexion en puissance dans le cas d'une seule interface entre des milieux 1 et 2.
2. Évaluer les coefficients de transmission T_{ea} (émetteur-air) et T_{ac} (air-corps). Faire de même en remplaçant l'air par le gel. Conclure.
3. En déduire une évaluation du facteur global de transmission entre l'intensité émise par l'émetteur I_0 et celle pénétrant effectivement dans le corps I_c. On pourra considérer que les réflexions successives dans la couche de gel (d'épaisseur de l'ordre du millimètre) ne donnent pas lieu à des interférences en raison du caractère irrégulier de la surface de la peau (les ondes sont incohérentes).

EX 3 – Modes propres d'un tuyau sonore

On considère un tuyau sonore d'axe Ox de longueur L, entre $x = 0$ et $x = L$, dans lequel se propagent des ondes supposées planes de vitesse $\vec{v} = v(x,t)\vec{u}_x$ et de surpression $p(x,t)$. On suppose donc l'écoulement parfait et on néglige l'influence des bords du tube. L'approximation acoustique est supposée vérifiée. La masse volumique du fluide au repos est μ_0 et la célérité des ondes acoustiques c.

Le tuyau a été fermé en $x = L$ avec un matériau épais d'impédance acoustique $\underline{Z}_c$ (*impédance de charge*). Cette dernière est définie en régime harmonique par $\underline{Z}_c = \frac{\underline{p}(L,t)}{\underline{v}(L,t)}$. Une onde incidente $\underline{p}_i(x,t) = p_0\,\mathrm{e}^{i(\omega t - kx)}$ sinusoïdale de pulsation ω est émise en $x = 0$, et donne naissance à une onde réfléchie $\underline{p}_r(x,t)$. On définit le coefficient de réflexion en $x = L$: $\underline{r} = \frac{\underline{p}_r(L,t)}{\underline{p}_i(L,t)}$.

1. Déterminer $\underline{r}$ en fonction de $\frac{\underline{Z}_c}{\mu_0 c}$. Interpréter la valeur de $\underline{r}$ pour $\underline{Z}_c = \mu_0 c$.
2. On définit l'*impédance ramenée* $\underline{Z}(x) = \frac{\underline{p}(x,t)}{\underline{v}(x,t)}$. Exprimer $\underline{Z}(x)$ en fonction de $\underline{Z}_c$, $\mu_0 c$ et $\tan(k(L-x))$. Discuter les trois cas $\underline{Z}_c = 0$, $|\underline{Z}_c| \to \infty$ et $\underline{Z}_c = \mu_0 c$ en exprimant dans chacun des trois cas les expressions réelles de $p(x,t)$ et $v(x,t)$.
   À quel cas correspond la flûte traversière d'une part, et la clarinette d'autre part ? Décrire et comparer le spectre du son produit par ces deux instruments à vent [1].
3. Le tube cylindrique de longueur $L = 1\,\text{m}$ est fermé par une paroi rigide en $x = L$. Une source sonore (haut parleur) est placée en $x = 0$, de fréquence f réglable. On insère un petit microphone à électret (sensible à la surpression) à l'extrémité d'une fine tige par l'extrémité rigide [2]. Le tube contient un mélange de CO_2 et H_2 (respectivement 75% et 25% en volume) à la température de 298 K. Indiquer comment on peut mesurer la célérité du son et calculer les fréquences attendues pour lesquelles la mesure est possible. On admet que la membrane du haut-parleur impose un ventre de surpression.
4. On modifie le dispositif précédent en remplaçant le bouchon rigide par un bouchon d'impédance $\underline{Z}_c$ supposée réelle, absorbant partiellement le son. Montrer comment on peut déterminer $\underline{Z}_c$ et le coefficient d'absorption du bouchon $1 - r^2$ en mesurant successivement l'intensité des ventres et des nœuds de surpression avec le microphone.

EX 4 – Fréquences propres à l'intérieur d'une sphère rigide

On cherche à étudier les modes propres de vibration à symétrie sphérique à l'intérieur d'une sphère rigide de rayon R et de centre O, remplie d'air à la pression et température ambiantes.

1. Proposer une forme générale en notation complexe pour la surpression $\underline{p}(M,t)$, et en déduire le champ de vitesse $\underline{v}(M,t)$.
2. En appliquant les conditions aux limites, déterminer l'équation vérifiée par les fréquences propres.
3. Les modes propres suivent-ils une progression harmonique ? Donner une valeur numérique approchée de la plus basse de ces fréquences. Effectuer l'application numérique pour $R = 5,0\,\text{cm}$.

1. La flûte traversière a une embouchure qui reste largement ouverte, alors que pour la clarinette, le son est émis par une anche sur l'embouchure qui peut être considérée fermée.
2. Principe du dispositif appelé *tube de Kundt*.

EX 5 – Isolation acoustique

On modélise la transmission d'ondes acoustiques planes en incidence normale sur une plaque supposée mince (une membrane, une vitre en verre, une cloison, un mur...) d'épaisseur e et de masse volumique μ situé en $x = 0$. La région $x < 0$ est occupée par un fluide 1 (de paramètres acoustiques ρ_1, c_1 et Z_1), et la région $x > 0$ est occupée par un fluide 2 (ρ_2, c_2 et Z_2). Une onde progressive harmonique, décrite par le champ de vitesse $\underline{v}_i = \underline{v}_{0i}\,\mathrm{e}^{i(\omega t - k_i x)}$, arrive de la région 1 sur la plaque. Le comportement de la plaque est supposé linéaire : l'amplitude de la vitesse transmise dans la région 2 est aussi harmonique et de même pulsation, et s'écrit $\underline{v}_{0t} = \underline{t}.\underline{v}_{0i}$.

1. À quelle condition sur e peut-on assimiler la plaque à une surface de masse surfacique σ ? Sous cette condition, établir la relation
$$\underline{t} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2 + i\omega\sigma}$$
2. Dans la suite, les milieux de part et d'autre de la plaque sont supposés identiques. Calculer le rapport T de l'intensité moyenne transmise sur l'intensité incidente.
3. Tracer l'allure de la courbe $G_{\mathrm{dB}} = 10\log(T(\omega))$ en fonction de $\log\omega$. Préciser la fréquence de coupure f_c, la longueur d'onde associée λ_c, et la bande passante à -3dB.
4. Le milieu de part et d'autre de la plaque est maintenant de l'air à température ambiante et pression standard. On souhaite un affaiblissement de 50 dB à 300 Hz. Calculer l'épaisseur de la plaque, supposée en béton, de masse volumique $\mu = 2300\,kg.m^{-3}$. Quels sont, en dB, les affaiblissements à 100 Hz et à 500 Hz ? Serait-il avantageux d'avoir plutôt une cloison en brique ($\mu \approx 1000\,kg.m^{-3}$) ou en béton cellulaire ($\mu \approx 450\,kg.m^{-3}$).
5. Conclure sur l'atténuation du son entre deux logements voisins, pour une voix grave ou pour une voix aiguë. Quels sont les facteurs permettant d'améliorer l'isolation ?

EX 6 – Critère de Mach

Le critère de Mach stipule qu'un écoulement peut être considéré incompressible si l'ordre de grandeur de sa vitesse est faible devant la vitesse de propagation des ondes sonores potentiellement présentes dans ce fluide. On se propose ici de le démontrer, dans un cas particulier.

On considère un écoulement parfait, stationnaire, dans un fluide compressible autour d'un obstacle profilé, de vitesse uniforme $U\vec{u}_x$ loin de l'obstacle, et décrit par les champs suivant :
$$\vec{v}(M) = U\vec{u}_x + v_{1x}(x,y)\vec{u}_x + +v_{1y}(x,y)\vec{u}_y$$
$$P(M) = P_0 + p_1(x,y) \quad \text{et} \quad \mu(M) = \mu_0 + \mu_1(x,y)$$
où P_0 et μ_0 sont des constantes, et les quantités v_{1x}/U, v_{1y}/U, p_1/P_0 et μ_1/μ_0 sont des infiniment petits de même ordre de grandeur. On adopte une approche perturbative en linéarisant les équations à l'ordre 1.

1. En linéarisant l'équation d'Euler, montrer que
$$\mu_0 U\,\frac{\partial v_{1x}}{\partial x} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} \quad \text{et} \quad \mu_0 U\,\frac{\partial v_{1y}}{\partial x} = -\frac{\partial p_1}{\partial y}$$
2. Linéariser de même l'équation de conservation de la masse.
3. En supposant l'écoulement parfait, introduire le coefficient de compressibilité isentropique χ_s et la célérité des ondes acoustiques c. Montrer alors que
$$\left(1 - \mathcal{M}^2\right)\frac{\partial v_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{1y}}{\partial y} = 0$$
où $\mathcal{M} = \frac{U}{c}$ est le *nombre de Mach*. Conclure.

EX 7 – Onde générée par une source en mouvement

Un observateur immobile situé à l'origine O du repère observe une source d'ondes sonores S de période T en mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ ($v > 0$) dans l'air, où la célérité du son vaut c. Ainsi, le point S a pour coordonnées $x_S = vt$, $y_S = 0$ et $z_S = d$.

1. Montrer que la différence $\mathrm{d}t'$ des dates d'arrivée en O de deux ondes émises par S aux instants t et $t + \mathrm{d}t$ vaut à l'ordre 1 en $\mathrm{d}t$:
$$\mathrm{d}t' = \mathrm{d}t\left(1 + \frac{\vec{u}.\vec{v}}{c}\right) \qquad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{OS}}{OS}$$
2. La source est tout d'abord supposée subsonique ($v < c$) et son déplacement vT pendant une période est supposé faible devant OS. Montrer que la fréquence f' perçue par l'observateur et la fréquence f émise par la source mobile sont distinctes et exprimer leur rapport. De quel effet s'agit-il ?
Exprimer puis représenter la dépendance de f' en fonction du temps au cours du mouvement de la source (pour $t < 0$ et $t \geq 0$).
3. La source S est maintenant un avion supersonique ($v > c$) et on perçoit en O un « BANG » puissant lorsque $\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} = 0$. Interpréter sommairement et déterminer l'instant t où le « BANG » est émis et l'instant t' où il est reçu en O.
Montrer que la position $\overrightarrow{OS}$ de l'avion à l'instant t' fait un angle $\alpha = \arcsin\left(\frac{c}{v}\right)$ avec sa vitesse $\vec{v}$.
Retrouver ce résultat en traçant sur une figure les surfaces d'ondes à l'instant t' associées aux émissions successives de fronts d'onde par S à des instants équidistants $t_n = t' - n\tau$, pour $n = 1, 2, \ldots$