

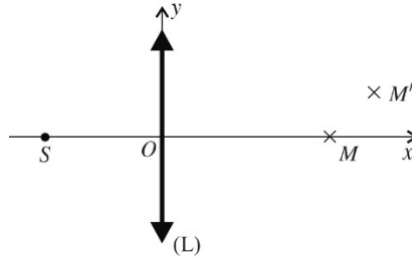
Optique Ondulatoire

Sauf indication explicite, on notera l'indice de l'air égal à 1 dans les équations littérales.

Chemin optique

EX 1 – Lentille et chemins optiques

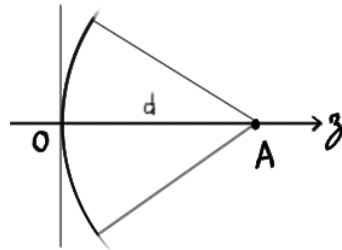
La lentille (L) convergente est en verre d'indice n et a une épaisseur e au niveau de son centre optique O . Sa distance focale image est f' . Elle est plongée dans l'air d'indice n_a . Soient M et M' deux points dont les coordonnées dans le repère Oxy sont respectivement $(x, 0)$ et (x', y') . Une source ponctuelle S , monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans le vide, est placée devant (L) sur l'axe Ox .



1. On suppose que $OS = f'$. Construire les rayons issus de S qui parviennent en M et en M' . Exprimer les chemins optiques (SM) et (SM').
2. Même question avec $OS = \frac{3f'}{2}$.

EX 2 – Vergence d'une lentille plan-convexe

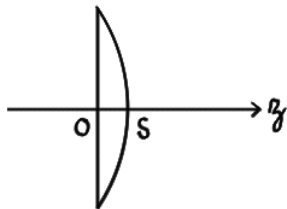
On considère une onde sphérique monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans le vide, convergent vers un point $A = (0, 0, d)$. On cherche à déterminer sa phase dans le plan Oxy situé à une distance d de A (avant A). On considère $M(x, y, 0)$ dans le plan Oxy .



1. Exprimer la différence de phase $\phi(O) - \phi(M)$, et montrer que si $d \gg x, y$ on a

$$\phi(M) - \phi(O) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{x^2 + y^2}{2d}$$

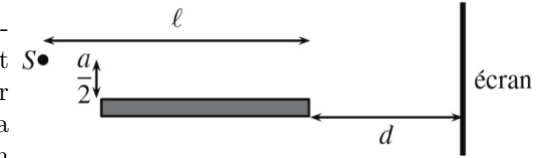
2. On considère maintenant une lentille mince constituée d'un dioptre plan suivi d'un dioptre sphérique de rayon R . L'épaisseur de la lentille est e et son indice n . La lentille est supposée mince, c'est-à-dire $e \ll R$. On considère une onde plane monochromatique se propageant selon Oz traversant cette lentille. Déterminer la phase dans le plan Sxy juste après la lentille. En déduire la position du foyer image et la vergence de la lentille.



Interférences par division du front d'onde

EX 3 – Miroir de Lloyd

On considère un dispositif interférentiel constitué d'une lame de verre plane utilisée comme miroir plan, éclairée sous incidence rasante. Un point source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 0,60 \mu\text{m}$. On rappelle que la réflexion sur un miroir s'accompagne d'un retard de phase égal à π .

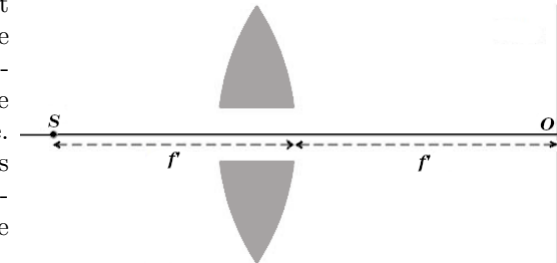


1. Décrire et expliquer le phénomène observé sur l'écran. Vérifier que le dispositif fonctionne bien par division du front d'onde.
2. L'écran est placé à la distance d du bord droit du miroir. La source est à la distance $\frac{a}{2}$ du miroir et la distance entre la source et le bord droit du miroir est notée ℓ . Déterminer l'ordre d'interférences $p(M)$, la différence de marche $\delta(M)$ et la différence de retard de phase $\Delta\varphi(M)$ en un point M de l'écran.
3. En déduire l'expression de l'intensité vibratoire sur l'écran. Quelle est la forme géométrique des franges d'interférences? Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure sans dégrader la visibilité des franges?
4. Combien y a-t-il de franges visibles en supposant l'écran suffisamment grand pour les voir toutes, si le miroir fait une longueur L ? A.N. $d = 50 \text{ cm}$, $L = 10 \text{ cm}$, $\ell = 30 \text{ cm}$, $a = 2 \text{ mm}$?
5. On élargit maintenant la fente source dans la direction parallèle à l'écran. Sa largeur b est répartie également de part et d'autre de la position. En utilisant le critère semi-quantitatif de visibilité des franges, estimer l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles. On l'exprimera en fonction de l'interfrange i , de a et b .

EX 4 – Lentille percée

Une lentille convergente (L) de diamètre $d = 40 \text{ mm}$, trouée en son centre, est utilisée comme système interférentiel à deux ondes.

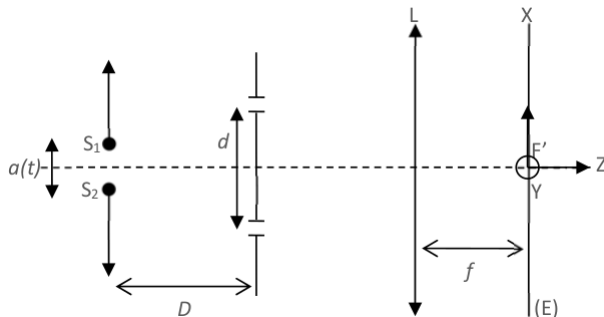
Le trou a un diamètre $2R = 10 \text{ mm}$ et une profondeur $e = 3,0 \text{ mm}$ sur l'axe. Une source de lumière ponctuelle S , monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 , est placée au foyer objet de la lentille. On note n l'indice optique du verre dans lequel est taillée la lentille. L'écran est situé à la distance f' de la face de sortie de (L).



1. Déterminer l'expression de l'éclairement sur l'écran. Quelle est la forme des franges d'interférences ?
2. Déterminer la distance au point O (intersection de l'axe optique et de l'écran) des franges brillantes extrêmes. Où doit-on placer l'écran pour obtenir le plus grand nombre de franges ?
On tiendra compte du fait que les échelles ne sont pas respectées sur le dessin. Notamment $f' \gg R, e$.

EX 5 – Fentes d'Young en présence de sources ponctuelles mobiles

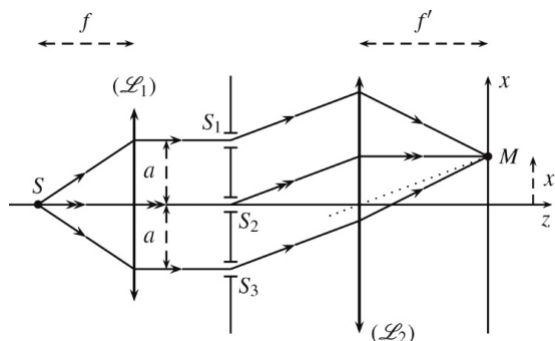
On observe la figure d'interférences des fentes de Young dans le plan focal d'une lentille L . Les sources ponctuelles monochromatiques S_1 et S_2 se déplacent à la vitesse constante V_0 perpendiculairement aux fentes et symétriquement par rapport à l'axe du système.



Montrer qu'il y a périodicité du brouillage du système de franges, et exprimer la période T correspondante.

EX 6 – Trois trous d'Young

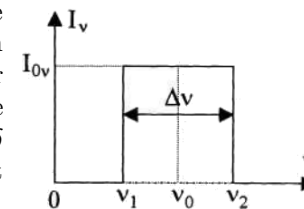
Trois trous d'Young S_1 , S_2 et S_3 , distants de a , sont éclairés par une source ponctuelle, émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 , placée au foyer principal objet d'une lentille convergente L_1 . On observe les interférences à l'infini, c'est-à-dire en un point M dans le plan focal d'une lentille convergente L_2 de distance focale image f' .



1. Les trois ondes qui interfèrent au point M sont-elles cohérentes ? Justifier votre réponse.
2. Évaluer la différence de marche $\delta_{12}(M)$ du rayon passant par S_1 par rapport au rayon passant par S_2 . Exprimer de même $\delta_{32}(M)$.
3. Établir l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ sur l'écran.

EX 7 – Source à profil spectral rectangulaire

Un dispositif interférentiel à deux ondes, supposées de même amplitude, est éclairé par la raie rouge du cadmium de longueur d'onde $\lambda_0 = 643,88 \text{ nm}$ et de faible largeur spectrale $\Delta\lambda_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$. La densité spectrale I_λ de cette source est supposée à profil rectangulaire. On note δ la différence de marche entre les deux ondes qui interfèrent en M et $p = \delta/\lambda_0$ l'ordre d'interférence en ce point.



1. Montrer que l'éclairement au point M peut se mettre sous la forme

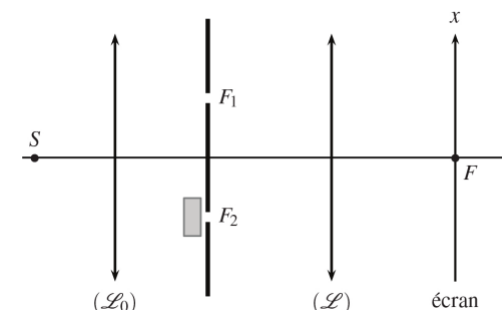
$$\mathcal{E}(p) = 2\mathcal{E}_0 (1 + \Gamma(p) \cos(2\pi p))$$

où $\Gamma(p)$ représente le *degré de cohérence* en fonction de p , qui mesure le contraste local des franges.

2. Représenter l'allure de $\Gamma(p)$. Pour quelles valeurs de δ les franges disparaissent-elles ? En déduire l'expression de la longueur de cohérence temporelle ℓ_c , et l'évaluer numériquement. Montrer que le temps de cohérence τ_c est égal à $1/\Delta\nu$.

EX 8 – Mesure de l'épaisseur d'une lame de mica dispersive

Pour mesurer l'épaisseur d'une lame de mica, un étudiant utilise un dispositif de fentes d'Young, et place la lame devant la fente F_2 du dispositif, comme représenté figure ci-contre. L'étudiant ne dispose que d'une source blanche S , qu'il place au foyer objet d'une lentille convergente. En plaçant la lame de verre, l'étudiant est satisfait de constater que la frange blanche s'est déplacée vers le bas comme il s'y attendait. Les mesures qu'il fait ensuite sont présentées ci-dessous :



- Position de la frange blanche en l'absence de la lame : $x = 0,0 \text{ cm}$ ($u(x) = 0,1 \text{ cm}$) ;
- Position de la frange blanche en présence de la lame : $x' = 6,0 \text{ cm}$ ($u(x') = 0,1 \text{ cm}$).

Par un calcul simple, il en déduit l'épaisseur de la lame, en prenant $f' = 30 \text{ cm}$, $a = 0,25 \text{ mm}$, et pour l'indice du mica : $n = 1,50$; $e = 0,10 \text{ mm}$ et $u(e) = 0,01 \text{ mm}$.

Son professeur arrive et lui fait remarquer, que la frange blanche en présence de la lame n'en n'est pas une du fait de la dispersion chromatique du verre et que par conséquent la mesure de l'épaisseur ne peut pas être validée. Il lui précise que la frange observée est en réalité une *frange achromatique* c'est-à-dire la frange vérifiant :

$$\frac{d\Delta\phi}{d\lambda_0} = 0 \text{ pour } \lambda_0 = \lambda_{0m} \quad (\text{valeur médiane du spectre})$$

où $\Delta\phi$ est le déphasage entre deux rayons lumineux interférant sur l'écran.

1. Comment l'étudiant avait-il prévu le sens de déplacement des franges ? Vérifier le premier calcul de l'étudiant.
2. Déterminer l'épaisseur de la lame en tenant compte de la dispersion chromatique.

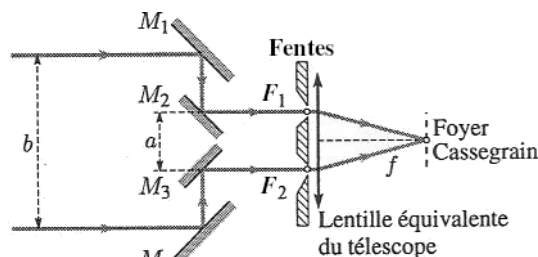
Donnée : la dispersion dans la lame de mica est bien représentée par la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec} \quad A = 1,50 \quad \text{et} \quad B = 1,00 \times 10^{-2} \mu\text{m}^2$$

EX 9 – Michelson stellaire

Albert Michelson (1852-1931), inventeur de l'interféromètre qui porte son nom, a aussi imaginé un dispositif permettant de mesurer de très faibles distances angulaires en astronomie. Il a pu ainsi résoudre certains couples d'étoiles doubles (c'est-à-dire mesurer leur distance angulaire) ou mesurer certains diamètres stellaires.

Le schéma de principe est représenté sur la figure ci-contre. Les quatre miroirs plans sont parallèles et orientés à 45° par rapport au plan des fentes. Un objet ponctuel à l'infini est repéré par l'angle α , supposé petit. On observe les franges d'interférence dans le plan focal du miroir concave du télescope type Cassegrain, de distance focale f , dont le rôle est équivalent à celui d'une lentille convergente de focale $f' = f$ fonctionnant en transmission.



Cette observation se fait pour une longueur d'onde λ donnée, il est donc nécessaire d'utiliser un filtre de faible bande passante. On considère un objet S ponctuel à l'infini, dans une direction formant un angle α avec l'axe optique du miroir (de la lentille).

1. Reproduire le schéma simplifié, et tracer les deux rayons issus de S qui entrent en F_1 et F_2 respectivement. Montrer que la différence de marche entre ces deux rayons à leur arrivée sur les deux fentes F_1 et F_2 est $\delta_0(\alpha) = b \sin \alpha$.
2. En déduire le déphasage $\Delta\phi(M)$ en M sur le plan du foyer Cassegrain, puis l'interfrange et la position de la frange centrale. Quel est la répartition de l'éclairement $\mathcal{E}(M)$?
3. On suppose maintenant l'existence de deux sources ponctuelles S et S' de distance angulaire α (par exemple une étoile double), S étant sur l'axe optique. À quelle condition les franges dues aux deux objets se brouillent-elles mutuellement ?
4. La distance b est variable par une translation des miroirs. En déduire un protocole permettant une mesure de α .
Quelle est la valeur minimale du diamètre apparent α de l'étoile double que l'on peut déterminer à la longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$, sachant que $f = 41,45 \text{ m}$ et $b_{\text{max}} = 7,0 \text{ m}$?

Interférences par division d'amplitude

EX 10 – Mesure de l'indice de l'air avec l'interféromètre de Michelson

On souhaite mesurer l'indice de l'air en utilisant un interféromètre de Michelson, réglé en lame d'air d'épaisseur e , éclairé par une source étendue fortement cohérente. Pour cela on suit le protocole expérimental suivant :

- On place sur l'un des bras de l'interféromètre une cuve en verre de longueur intérieure $d = 2,5 \text{ cm}$, contenant de l'air, dont les parois sont d'épaisseur e' .
- On règle la valeur de e de façon à ce que le centre de la figure d'interférences soit brillant. On fait le vide dans la cuve à l'aide d'une pompe.
- On fait rentrer à nouveau l'air et on compte le nombre N d'anneaux qui défilent au centre.

1. Rappeler les conditions expérimentales pour observer des anneaux avec un contraste maximal.
2. En utilisant un laser vert de longueur d'onde $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$, on compte $N = 30$ anneaux. En supposant que le vide est effectivement bien réalisé dans la cuve, déterminer l'indice de l'air.
3. Le vide n'étant pas parfait, on affine les résultats en tenant compte des pressions dans la cuve avant et après pompage, respectivement P_1 et P_2 . L'indice d'un gaz dilué vérifie la loi de Gladstone :

$$n = 1 + K.P$$

où K est une constante caractéristique du gaz. Sachant que la pression atmosphérique mesurée lors de l'expérience est égale 1010 mbar et que la dépression effectuée avec la pompe est de 900 mbar, déterminer l'indice de l'air à la pression P_1 . Conclure.

4. Quel est l'intérêt d'utiliser une source fortement cohérente ?

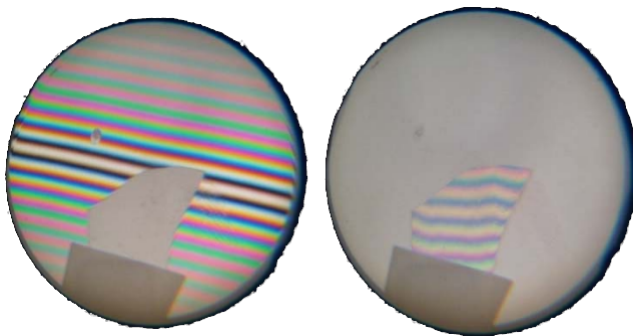
EX 11 – Mesures avec un Michelson réglé en coin d'air

1. Mesure d'une épaisseur de lame de verre

Un interféromètre de Michelson éclairé par une source de lumière blanche est réglé en coin d'air. La position x du miroir M_1 qui peut charioter grâce à une vis micrométrique, est lue sur le vernier linéaire associé à la vis, avec une incertitude de lecture $u(x) = 0,005 \text{ mm}$.

Sur une des voies de l'interféromètre est placée une lame de verre d'indice $n = 1,5$ d'épaisseur d inconnue. Une partie seulement des rayons lumineux traversent (orthogonalement) cette lame.

Le plan d'observation situé à 1,0 m d'une lentille convergente de focale 20 cm est représenté sur la figure (à gauche $x = x_1 = 11,49$ mm, à droite $x = x_2 = 11,58$ mm). Déterminer l'épaisseur de la lame et calculer son incertitude type. À combien peut-on évaluer les fluctuations de cette épaisseur ?



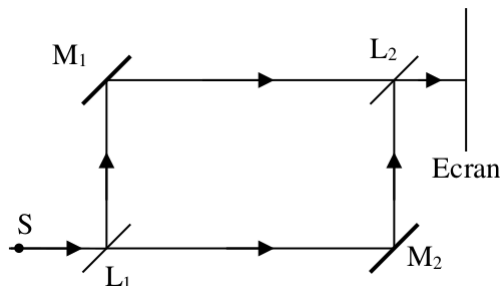
2. Mesure d'un défaut de planéité

Un autre interféromètre est éclairé avec une source à vapeur de sodium non diaphragmée que nous assimilons à une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589$ nm. Les deux miroirs ont un diamètre de 20 mm et l'interféromètre est toujours réglé en coin d'air. L'écran est parallèle à un des deux miroirs et situé à 1,25 m de ce miroir. L'image du miroir sur l'écran a un diamètre de 71 mm. L'un des miroirs présente en plein milieu un défaut de surface et la figure d'interférences observée sur l'écran est donnée ci-contre. Caractériser le plus précisément possible le défaut sur le miroir.



EX 12 – Mach-Zehnder

Un interféromètre de Mach-Zehnder se compose de deux lames semi-réfléchissantes L_1 et L_2 , et de deux miroirs M_1 et M_2 tous parallèles entre eux et à 45° des rayons incidents. Les lames réfléchissent la moitié de l'énergie incidente et transmettent sans déviation l'autre moitié.

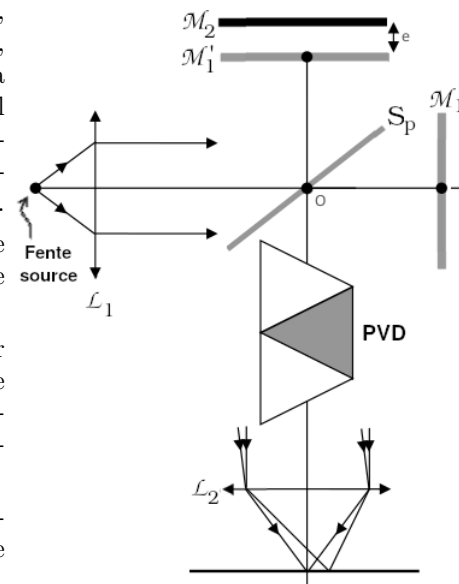


1. L'interféromètre de Mach-Zehnder est-il à division du front d'onde ou à division d'amplitude ?
2. Soit une source ponctuelle à l'entrée.
 - a) Construire les deux images données par le dispositif pour un observateur à la sortie.
 - b) Que voit-on sur un écran placé à la sortie ?
 - c) On incline légèrement le miroir M_1 d'un angle α . Que voit-on sur l'écran ?

3. La source est placée au foyer d'une lentille convergente, M_1 toujours incliné. Que voit-on sur l'écran ?
4. Si on intercale sur un des faisceaux une lame transparente, que se passe-t-il sur l'écran ?

EX 13 – Visualisation spectre cannelé

1. On règle un interféromètre de Michelson. Comment peut-on repérer la position de contact optique en lumière monochromatique ? Estimer la précision de ce repérage dans les conditions usuelles d'expérience.
2. Le contact optique étant presque réalisé, on effectue le montage présenté ci-dessous, avec une source de lumière blanche. La fente mince est placée dans le plan focal objet de la lentille $\mathcal{L}_1$, et son image est formée sur l'écran par la lentille $\mathcal{L}_2$, après traversée du Prisme à Vision Directe (PVD).
 - a) Quel est l'aspect visuel de la lumière qui sort de l'interféromètre (avant le prisme) ?
 - b) On projette l'image de la source sur un écran ; on interpose un prisme qui dévie sélectivement les différentes longueurs d'onde. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
 - c) Quel est l'intérêt du prisme « à vision directe » par rapport au prisme simple ?

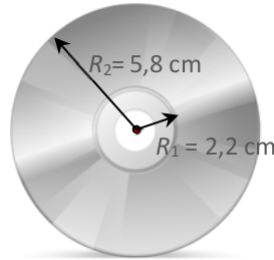


3. On compte 15 cannelures noires sur l'ensemble du spectre visible. Quel est l'ordre de grandeur de l'épaisseur e de la lame d'air ?
4. On chariote le miroir M_1 . Le nombre de cannelures noires diminue globalement sur l'écran. Comment ces cannelures se sont-elles déplacées, quel est le sens de variation de e ?
5. Quand il ne reste plus que deux cannelures, quel est l'aspect de la lumière issue de l'interféromètre en avant/amont du prisme ? Expliquer la fin du réglage qui permet d'obtenir le contact optique.

Interférences à N ondes

EX 14 – Diffraction d'un faisceau LASER sur un CD, DVD et BD

On éclaire horizontalement un disque compact (CD) incliné à 45° avec un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$. On observe plusieurs faisceaux renvoyés par le disque selon plusieurs directions, dont une verticale. Sur le plafond situé à 180 cm du faisceau horizontal incident, on mesure la distance $d_1 = 81 \text{ cm}$ entre le premier point lumineux correspondant au faisceau réfléchi verticalement et le deuxième point. La distance entre le deuxième et le troisième point est $d_2 = 106 \text{ cm}$.



La même expérience répétée avec un DVD ne donne que deux faisceaux renvoyés, dont un vertical. Les points lumineux sur le plafond sont séparés de 196 cm .

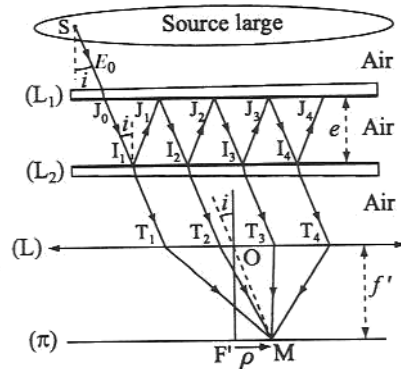
1. Expliquer ces observations et en déduire un ordre de grandeur de la capacité de stockage de ces deux supports (les dimensions de la surface de stockage sont rappelées sur la figure ci-dessus).
2. Avec un disque Blu-Ray (BD) de capacité de stockage 25 giga-octets (25 Go), on n'observe qu'un faisceau renvoyé, vertical. Expliquer.

EX 15 – Interféromètre de Fabry-Pérot

L'interféromètre de Fabry et Pérot réalise des interférences à ondes multiples par division d'amplitude^a. Il est constitué de deux lames de verre^b (L_1) et (L_2) ou séparatrices, identiques, placées dans l'air, dont les faces en regard sont optiquement planes (à $\lambda/20$ près), parallèles et très réfléchissantes. Elles définissent une lame d'air d'épaisseur e .

^a. Il est largement utilisé comme spectromètre à haute résolution, ainsi que comme cavité optique résonnante dans les lasers.

^b. Chacune des lames est en réalité légèrement prismatique, pour atténuer l'effet des réflexions internes parasites.



On peut supposer que seules les faces traitées réfléchissent la lumière, avec un coefficient de réflexion en amplitude du champ électrique r réel positif inférieur à 1. Les coefficients de transmission à travers la face traitée, τ ou τ' selon que la lumière va dans le sens source $\rightarrow$ écran (π) ou dans le sens contraire, sont liés au coefficient de transmission en énergie (puissance) par $T = \tau\tau'$, comme dans le cas de l'incidence normale sur un dioptré. On note R le coefficient de réflexion en énergie. On prendra $R = 0,99$ pour les applications numériques. On supposera ces coefficients indépendants de l'angle d'incidence.

Les rayons issus des réflexions multiples interfèrent à l'infini. Une lentille (L) de distance

focale f' ramène ces interférences dans le plan focal (π). La source est tout d'abord supposée monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ .

1. Montrer que $r^2 + \tau\tau' = 1$.
2. La source réelle est étendue. Dans toute la suite on raisonne d'abord avec une source ponctuelle S de position quelconque. Quel sera l'effet de l'élargissement de la source sur la figure d'interférence ?
3. Calculer la différence de chemin optique $\delta(M)$, le déphasage $\Delta\varphi(M)$ et l'ordre d'interférence $p(M)$ sur l'écran entre deux rayons successifs $I_n T_n$ et $I_{n+1} T_{n+1}$. En déduire l'allure qualitative des franges d'interférences.
4. Calculer l'amplitude complexe du rayon n en fonction de celle du rayon issu de S qu'on notera E_0 juste avant l'entrée dans la lame d'air (dans le verre juste avant J_0). En déduire que l'intensité lumineuse en M s'écrit sous la forme de la fonction d'Airy :

$$I(M) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)} \quad \text{avec} \quad m = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

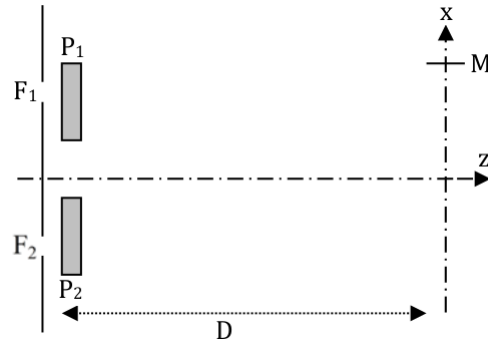
5. Représenter graphiquement I en fonction de $\Delta\varphi$. Analyser comment évolue la courbe lorsque le pouvoir réfléchissant des lames augmente c'est-à-dire lorsque R se rapproche de 1. Pour cela on pourra calculer la largeur à mi-hauteur $\delta\varphi$ des pics (supposée $\ll 2\pi$) en fonction de m . En quoi cet instrument peut-il jouer le rôle de spectroscopie ?
6. Exprimer le coefficient de finesse $\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\delta\varphi}$ des pics en fonction de R , et faire l'application numérique pour $R = 0,99$. Commenter.
7. Établir l'expression du rayon ρ_q du q -ième anneau brillant.
8. On utilise maintenant une source non monochromatique. On cherche le pouvoir de résolution $\mathcal{R}$ de l'interféromètre dans le q -ième anneau, défini par $\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\delta\lambda_m}$, où $\delta\lambda_m$ est le plus petit intervalle de longueur d'onde discernable sur la figure. En utilisant le critère de Rayleigh, montrer que $\mathcal{R} = p\mathcal{F}$, où p est l'ordre d'interférence dans cet anneau. À quel endroit de la figure d'interférence $\mathcal{R}$ est-il maximal ? A-t-on intérêt à augmenter ou diminuer e ?
9. On souhaite distinguer les modes présents dans la raie rouge du laser Hélium-Néon ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$), qui sont séparés d'environ 150 MHz . On règle l'épaisseur à $e = 4,0 \text{ mm}$. Pourra-t-on séparer les deux modes ?

Influence de la polarisation

EX 16 – Fentes d'Young avec polariseurs

On considère le dispositif interférométrique des fentes d'Young éclairé par une source ponctuelle à l'infini ($D \gg a$ la distance entre les fentes). On place devant chacune des fentes un polariseur. On appellera α l'angle que font entre eux les deux axes des polariseurs.

Déterminer l'intensité lumineuse au point M . Commenter.



EX 17 – Spectre cannelé et mesure d'une biréfringence

On place une lame à retard de quartz de 3 mm d'épaisseur entre deux polariseurs rectilignes croisés et l'ensemble est éclairé par de la lumière blanche (spectre continu). Les axes neutres de la lame ne sont pas parallèles aux directions (perpendiculaires) des deux polariseurs. On constate que de la lumière, apparemment blanche, sort de l'ensemble.

1. On disperse cette lumière à l'aide d'un spectroscopie à prisme et on constate l'existence d'une trentaine de cannelures c'est-à-dire de bandes noires dans le spectre continu coloré du rouge au violet de la lumière blanche.
 - a) Que peut-on dire de la direction de polarisation juste avant le deuxième polariseur pour toutes les longueurs d'ondes absentes du spectre ?
 - b) Comment qualifier la lame pour toutes ces longueurs d'onde ?
 - c) En déduire alors l'ordre de grandeur de la différence des deux indices sur les deux axes neutres.
2. On appelle α l'angle entre les axes neutres de la lame et la direction du premier polariseur. On dispose alors le second polariseur de sorte qu'il fait un angle de $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$ avec le premier polariseur. Montrer que l'on obtient un autre spectre cannelé. Comment sont les valeurs des longueurs d'onde absentes par rapport aux précédentes ?
3. Que se passe-t-il si les deux polariseurs rectilignes sont croisés et parallèles aux axes neutres ?