

# Rayonnement Thermique

Données utiles :

- Constante de Stefan :  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ .
- Constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ .
- Constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ .
- vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

## EX 1 – Rendement d'un filament de lampe

Une lampe à incandescence alimentée sous une tension efficace  $U = 220 \text{ V}$  consomme une puissance moyenne  $\mathcal{P} = 100 \text{ W}$ . Cette lampe est constituée d'un filament de tungstène de section circulaire, placé au centre d'une ampoule de verre de forme sphérique.

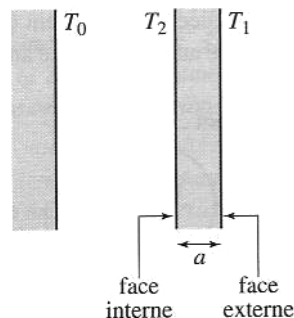
1. On assimile le filament à un corps noir de température  $T$ , et de résistivité électrique  $\rho$  (fonction de la température). Calculer la longueur  $\ell$  et le rayon  $a$  du filament en fonction de  $\mathcal{P}$ ,  $U$ ,  $\rho$  et  $T$  (et  $\sigma$ ). AN pour  $T = 2500 \text{ K}$  et  $\rho = 1,00 \times 10^{-6} \Omega.\text{m}$ .
2. Calculer la puissance  $\mathcal{P}_v$  rayonnée par la lampe dans le visible ( $\lambda \in [0,4; 0,8] \mu\text{m}$ ) et son rendement  $r = \frac{\mathcal{P}_v}{\mathcal{P}}$  pour  $T = 2500 \text{ K}$ . Commenter, sachant qu'en réalité le filament est plutôt un corps gris. On donne pour cela<sup>1</sup>

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad \text{et} \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \approx e^{-x_1} (x_1^3 + x_2^2) \text{ si } x_1 \gg 1 \text{ et } x_2 \geq 2x_1.$$

3. Dans les ampoules à iode (*lampes halogène*<sup>2</sup>, à iode ou brome), la sublimation du tungstène qui conduit normalement naturellement au noircissement du verre et à la destruction du filament est contrée par régénération (le tungstène se redépote sur le filament après complexation par l'iode). Cela permet d'atteindre des températures plus élevées de l'ordre de  $3400 \text{ K}$  tout en gardant une durée de vie raisonnable. Évaluer le rendement dans ce cas et conclure.

## EX 2 – Chauffage d'une plaque conductrice

Une paroi supposée infinie est maintenue à la température  $T_0$ . On dispose parallèlement à cette paroi une plaque métallique d'épaisseur  $a$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . Sa face externe est maintenue à la température  $T_1$ . Les deux corps sont assimilés à des corps noirs, et on néglige tout autre transfert thermique.



1. Déterminer, en régime stationnaire, l'équation à laquelle satisfait la température  $T_2$  de la face interne de la plaque.

1. Utiliser la formule de Planck du cours, qui doit être donnée.  
2. Désormais aussi interdites de production en UE depuis 2018, car trop consommatrices.

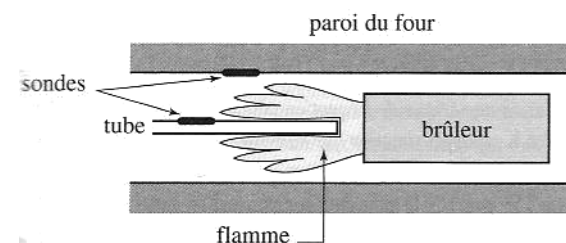
2. Déterminer une expression approchée de la différence  $T_2 - T_1$  en fonction de  $\lambda$ ,  $a$ ,  $\sigma$ ,  $T_0$  et  $T_1$ . Calculer la valeur numérique de  $T_2$  pour  $\lambda = 100 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $a = 1,0 \text{ cm}$ ,  $T_0 = 1500 \text{ K}$  et  $T_1 = 400 \text{ K}$ .

## EX 3 – Température dans une serre

On considère une serre de jardin constituée d'un verre ayant un coefficient d'absorption (absorptivité)  $a = 0,10$  et de réflexion  $r = 0,08$  pour le rayonnement solaire (absorption dans l'UV). Elle peut être assimilée à un corps noir dans le moyen infrarouge émis par le sol. En considérant le sol lui aussi comme un corps noir à toute longueur d'onde, et en négligeant tout transfert thermique non radiatif, calculer la température au sol sous la serre, sachant qu'à côté de la serre elle vaut  $T_1 = 12^\circ\text{C}$ .

## EX 4 – Mesure de la température d'une flamme

On détermine évaluer la température  $T_f$  de la flamme d'un brûleur placé dans un four. Un petit tube de platine cylindrique, de surface latérale d'aire  $\mathcal{A} = 8,0 \text{ cm}^2$ , est complètement immergé dans la flamme. Une sonde de type thermistance placée à son contact permet d'en connaître la température  $T_1 = 1273 \text{ K}$ . Une seconde sonde donne la température  $T_2 = 1227 \text{ K}$  de la paroi intérieure du four cylindrique.



1. Le tube de platine n'est pas un « bon » corps noir. On le modélise comme un corps gris, d'émissivité moyenne  $\varepsilon$  égale à l'absorptivité. On suppose que  $T_1$  et  $T_2$  restent voisines. Montrer que la puissance radiative globalement échangée par le tube et le four (reçue par le tube) s'écrit  $\mathcal{P}_r = h_r \mathcal{A} (T_2 - T_1)$ , et donner l'expression de  $h_r$ . Calculer  $\varepsilon$  pour  $h_r = 140 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .
2. Immersé dans la flamme, le tube reçoit de la part de celle-ci un flux conducto-convectif  $\mathcal{P}_c = h_c \mathcal{A} (T_f - T_1)$ , avec  $h_c = 60 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . En déduire l'expression et la valeur de  $T_f$  à l'équilibre thermique.
3. Pour mesurer directement  $\varepsilon$ , on utilise un pyromètre monochromatique, qui détermine la température de corps noir correspondant à l'émittance spectrale mesurée dans une bande spectrale très étroite autour de la longueur d'onde  $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$ . Dans les mêmes conditions géométriques, on vise successivement :
  - un petit élément de surface latérale extérieur du tube, ce qui donne une température  $T_A = 1197 \text{ K}$  ;
  - l'ouverture du tube observée dans l'axe de la flamme, qui constitue un véritable corps noir dans ces conditions, ce qui donne une température  $T_1 = 1273 \text{ K}$ .

En déduire une évaluation de l'émissivité  $\varepsilon$ .

4. La flamme du brûleur s'éteint brusquement. Soit  $C_0 = 0,17 \text{ J.K}^{-1}$  la capacité thermique du tube et des accessoires qu'il porte. Déterminer la loi d'évolution de la température du tube, en supposant que celle du four reste inchangée. Une alarme se déclenche à partir d'une chute de température de 10 degrés. Au bout de combien de temps sonne-t-elle ? À quelle(s) condition(s)  $T_2$  peut-elle effectivement être considérée constante ?

## EX 5 – Fond diffus cosmologique à 3 K

Dans le modèle cosmologique standard, l'univers est en expansion depuis une explosion initiale appelée *Big Bang*. Le consensus actuel sur ce modèle s'appuie notamment sur deux observations majeures :

- d'une part le *décalage vers le rouge* des spectres électromagnétiques émis par tous les astres et causé via l'effet Doppler par leur éloignement ;
- et d'autre part l'existence d'un rayonnement dit *fossile*, ou « fond diffus cosmologique », quasi isotrope et dont le spectre est celui d'un corps noir de température environ  $^3 3 \text{ K}$  ( $\lambda_m \approx 1 \text{ mm}$ ).

Ce rayonnement est la plus vieille image électromagnétique dont nous disposons de l'univers. Il correspond au moment où, à l'âge de 380 000 ans, l'univers est devenu suffisamment froid ( $\approx 3000 \text{ K}$ ) pour que les premiers atomes se forment en réunissant les protons et les électrons du plasma dans lequel ils étaient en équilibre thermique avec les photons. Depuis cette date, l'univers est devenu brutalement pratiquement transparent aux photons, qui dans leur grande majorité voyagent dans l'univers sans interagir avec la matière. L'expansion de l'univers étant isotrope, pour n'importe quel observateur, un sous-ensemble de ces photons forme une sphère centrée sur lui, qu'on appelle *surface de dernière diffusion*. Cette surface représente la matière la plus ancienne que nous puissions explorer. Elle constitue l'objet de plus grande dimension possible accessible à nos observations.

1. On note  $R(t)$  le rayon de cette sphère, et  $v$  la vitesse de son expansion. Montrer que si un signal lumineux est émis de cette sphère à l'instant  $t$  et reçu par l'observateur (situé au centre) à l'instant  $t'$ , alors le nouveau rayon vérifie

$$R(t') = R(t) \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

2. Montrer qu'en raison de l'effet Doppler, la longueur d'onde  $\lambda'$  observée de ce signal vérifie la même relation que ci-dessus en fonction de  $\lambda$ , la longueur émise par la sphère.

*Dans la suite considère donc que les longueurs d'onde des photons du fond diffus subissent la même dilatation que l'univers : si  $R \rightarrow R' = fR$  alors  $\lambda \rightarrow \lambda' = f\lambda$ .*

3. En utilisant la loi de Planck du corps noir, écrire le nombre  $dN$  de photons de fréquence comprise entre  $\nu$  et  $\nu + d\nu$  lorsque l'univers avait une température  $T$ .

3. Environ  $2,7 \text{ K}$ , qui diminue de  $2 \text{ nK}$  par an.

4. Puisque les photons n'interagissent pratiquement pas avec la matière, on considère que leur nombre se conserve au cours de l'expansion. En déduire que la densité spectrale du fond diffus reste celle du corps noir, mais pour une température  $T'$  qu'on exprimera en fonction de  $T$  et  $f$ .
5. D'après les observations actuelles rappelées ci-dessus, de quel facteur s'est dilaté l'univers depuis cette transition opacité-transparence ?
6. On admet que la pression de radiation d'un gaz de photon vérifie  $P_r = \frac{u}{3}$  avec  $u$  sa densité volumique d'énergie, qui vérifie la formule de Stefan  $u = \sigma_0 T^4$ . En déduire son équation d'état, et montrer que la relation établie précédemment entre  $T'$  et  $T$  est compatible avec une détente adiabatique réversible de ce gaz de photons.