

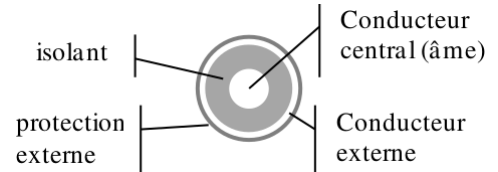
Propagation dans un câble coaxial

Objectif : Étudier un phénomène électrique qui sort du cadre de l'ARQS, c'est-à-dire qui met en évidence le caractère propagatif du champ électrique (électromagnétique) au sein d'un milieu conducteur.

Un câble coaxial est un ensemble de deux conducteurs séparés par un matériau diélectrique isolant entre lesquels peut se propager une onde électromagnétique.

On se propose de réaliser ici une étude expérimentale de la propagation protection dans un câble coaxial.

On utilisera un câble de 100m de longueur et un signal de fréquence élevée de sorte que la propagation ne peut plus être négligée et sera alors mise en évidence.

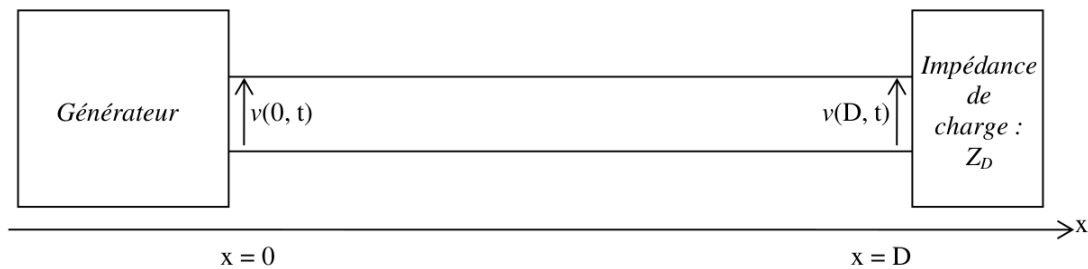


Compétences expérimentales exigibles :

- Étudier la propagation d'une onde électrique dans un câble coaxial.
- Étudier la réflexion en amplitude de tension d'une onde électrique à l'extrémité d'un câble coaxial pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive.

I. Éléments théoriques

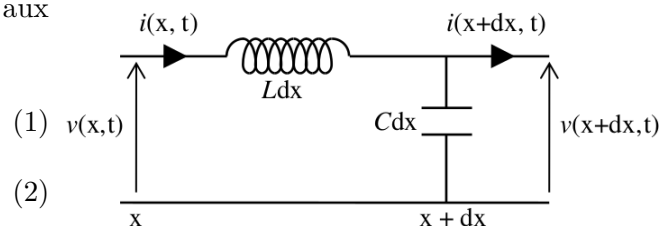
Le schéma simplifié du montage sera le suivant.



En première approximation c'est-à-dire en négligeant les pertes (absorption) et la dispersion, on peut modéliser le câble comme ci-dessous (élément de longueur dx), où L est l'inductance linéique du câble, et C sa capacité linéique.

L'intensité $i(x, t)$ et la tension $v(x, t)$ entre les conducteurs externe et interne sont reliées par les équations aux dérivées partielles couplées suivantes ^a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial v}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$



^a. Nous reverrons la théorie en cours et exercice.

On en déduit l'équation de propagation dite de D'Alembert

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

la **célérité des ondes progressives** ¹ qui sont solution de cette équation. En effet la solution générale s'écrit comme une superposition d'une onde se propageant dans le sens des x croissant (f) et d'une autre dans le sens des x décroissant (g) :

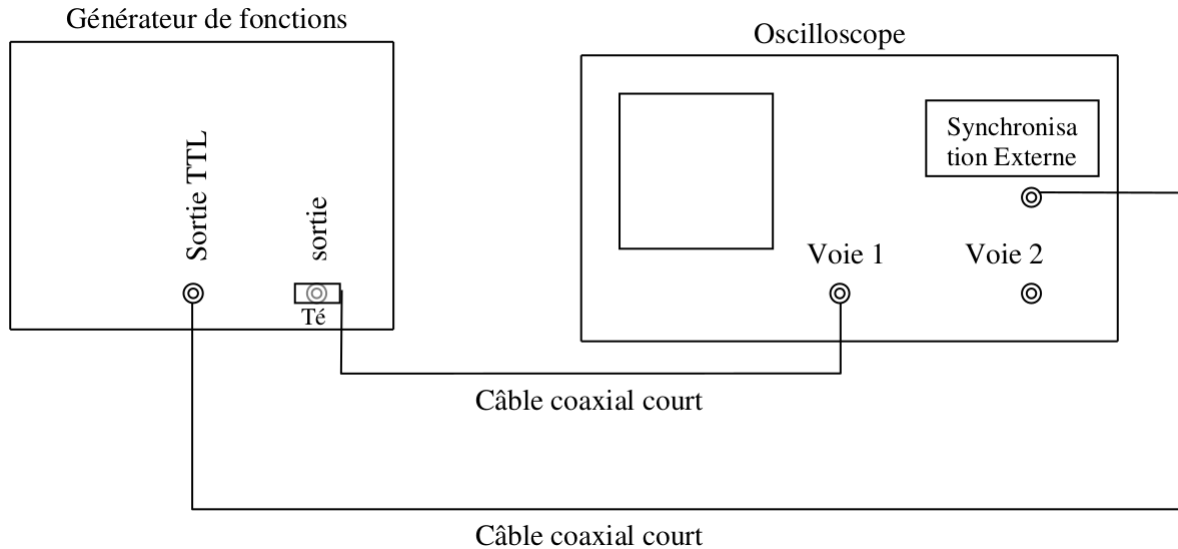
$$v(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (4)$$

1. En réalité il s'agit de la limite de la *vitesse de phase* en l'absence de pertes (cf cours de SPE sur les ondes).

II. Étude expérimentale

II.1. Propagation d'une impulsion de tension

On commence par régler le GBF avec l'oscilloscope sans le câble long, car celui-ci va rétroagir sur le signal du GBF.



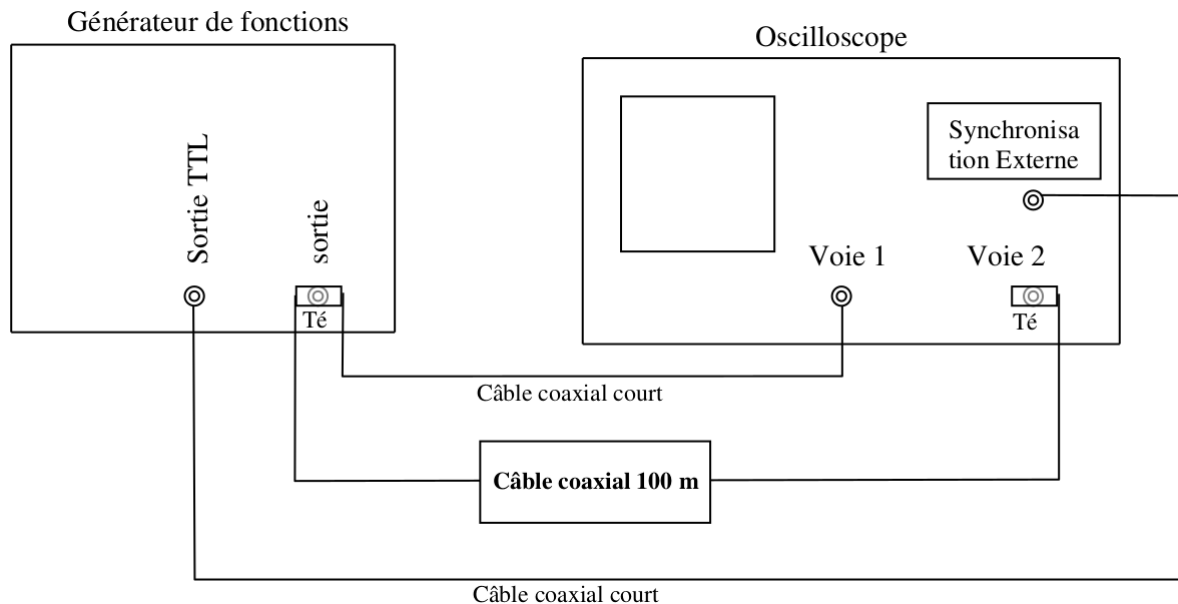
• MANIP 1 : Mise en place du signal du GBF

- Réaliser un signal fait d'impulsions périodiques de fréquence 99 kHz et de rapport cyclique 1% (durée des impulsions)^a.
- Synchroniser le balayage de l'oscilloscope à l'aide du signal TTL du GBF de même fréquence^b, via la voie EXT.

^a. Signal créneau, puis Symmetry, et régler la durée de l'impulsion (DUTY). Avec le GBF Siglent, il existe une seconde méthode directement avec le mode PULSE, mais ces impulsions ne sont pas parfaitement rectangulaires.

^b. Sur les GBF Siglent à 2 sorties, il existe un signal de Synchronisation (qui remplace le traditionnel TTL), sous forme d'impulsions de même fréquence que la sortie 1 ou 2), accessible par la sortie arrière "AUX IN/OUT". Pour l'activer : Menu WAVEFORMS, appuyer sur UTILITY -> Page 2 SYNC -> Choisir la voie et State ON puis ACCEPT.

QUESTION : On rappelle que la largeur spectrale en fréquence $\Delta\nu$ d'un paquet d'onde est reliée à sa durée Δt par la relation $\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t}$. Donner l'ordre de grandeur de la largeur spectrale en Hz d'une impulsion, puis sa largeur relative. Pourra-t-on considérer le milieu non dispersif ? l'expérience qui suit permet entre d'y répondre.



• MANIP 2 : Etude qualitative du phénomène de propagation

- Brancher le câble long sur le générateur, et sa sortie sur l'oscilloscope (Voie 2). Cette dernière peut être considérée en circuit ouvert (l'impédance de l'oscilloscope est grande).
- Observer et comparer les signaux à l'entrée et à la sortie du câble (on doit observer une succession d'impulsions). Reproduire à l'échelle les tensions observées sur chaque voie et expliquer les résultats obtenus.

Pour cela on considérera un signal $v(x, t)$ sous la forme de l'Eq. (4). À l'aide d'une des relations Eqs. (1)-(2) on en déduit la forme de $i(x, t)$. Tenir compte de la condition limite en $x = D$ pour trouver le lien entre f et g . En déduire la forme du signal en $x = 0$.

• MANIP 3 : Mesure de la vitesse de propagation

- En utilisant les mesures précédentes, déterminer le plus précisément possible la vitesse de propagation de l'impulsion.
- En déduire l'indice du câble $n = \frac{c_0}{c}$ où c_0 est la vitesse de la lumière dans le vide, puis la permittivité diélectrique relative ε_r du matériau isolant situé entre les cylindres coaxiaux du câble et l'indice, qui vérifie $n = \sqrt{\varepsilon_r}$.

Grâce à l'équation (1), on montre qu'une onde progressive selon $+\vec{u}_x$ vérifie

$$v(x, t) = R_c i(x, t) \quad \text{avec} \quad R_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

l'impédance ou la *résistance caractéristique* ou *itérative* du câble. Cela signifie que **vis-à-vis de l'amont, l'aval du câble est équivalent à une résistance de valeur R_c** . Sur cette base on a conçu une terminaison adaptée pour la sortie du câble (sorte de bouchon), qui constitue une résistance de même valeur. Muni de cette terminaison, le câble est donc assimilable à un **câble infini**. Dans ces conditions l'extrémité ne doit pas générer d'onde réfléchie.

• MANIP 4 : Mesure des caractéristiques du câble

- Brancher la sortie du câble sur une résistance variable R avec des fils les plus courts possible.
- Faire varier R jusqu'à rendre le signal réfléchi minimum et à valeur moyenne approximativement nulle. Relever la valeur R_c de R à ce moment.
- Remplacer la résistance précédente par la terminaison adaptée. Observer et conclure.
- En déduire l'inductance linéique L et de la capacité linéique C du câble.
- Comparer cette dernière valeur à celle fournie par le multimètre en position « capacimètre ». Valider ou non la mesure par un écart normalisé.

• MANIP 5 : Réflexion totale en sortie fermée

- Relier les deux conducteurs interne et externe en sortie par un fil très court (résistance nulle).
- Reproduire à l'échelle la tension d'entrée observée à l'oscilloscope et expliquer le résultat obtenu.

On pourra écrire la nouvelle condition limite en $x = D$ pour relier l'onde réfléchie à l'onde incidente.

II.2. Propagation en régime sinusoïdal

• MANIP 6 : Mise en place du signal du GBF

- Remettre le câble long en sortie ouverte, puis le débrancher du GBF. Régler ce dernier pour obtenir un signal sinusoïdal de 4 V d'amplitude à vide.
- Rebrancher le câble long, et observer les signaux d'entrée et de sortie lors de cette manipulation. Expliquer.

QUESTION : En utilisant la forme de l'onde progressive sinusoïdale selon $+\vec{u}_x$, déterminer la valeur théorique Φ du déphasage entre la sortie et l'entrée, fonction de la fréquence ν , de c et D .

• MANIP 7 : Étude du déphasage sortie/entrée et de la vitesse de phase

- Brancher la terminaison adaptée sur la sortie du câble. Que constate-t-on pour le déphasage Φ à basse fréquence ? Justifier.
- En augmentant la fréquence, relever les fréquences ν_i pour lesquelles le déphasage Φ vaut : $\pm\pi$, $\pm2\pi$, $\pm3\pi, \dots$
- Tracer le diagramme $k(\nu)$ où k est le *nombre d'onde angulaire* (ou *pulsation spatiale*, c'est-à-dire la norme du vecteur d'onde). Peut-on considérer que le milieu est non dispersif ?

« Rappel » : Le milieu est non dispersif si la vitesse de phase $v_\phi = \frac{\omega}{k}$ est indépendante de ω (ou de la fréquence), auquel cas on a $v_\phi = c = \text{constante}$.

• MANIP 8 : Mesure de l'atténuation

La terminaison adaptée restant branchée en sortie du câble, mesurer le rapport $\frac{V_s}{V_e}$ des amplitudes des tensions en entrée et en sortie pour les fréquences suivantes : 0,5 MHz, 1 MHz, 5 MHz. En déduire le coefficient d'atténuation $\alpha(\nu) = -\frac{1}{D} \ln \left(\frac{V_s}{V_e} \right)$ (l'atténuation est exponentielle). Conclure.

• MANIP 9 : Ondes stationnaires

- Mettre la sortie du câble en court-circuit par un fil très court. Régler la fréquence du générateur à 100 kHz et vérifier à l'oscilloscope que l'on a bien $V_s \approx 0$.
- Augmenter la fréquence à partir de 400 kHz et observer le signal d'entrée : il passe par des maxima et des minima d'amplitude (« nœuds » et « ventres » de tension).

Du fait des pertes dans le câble (nous avons négligé la résistivité du câble) on ne peut pas observer une onde strictement stationnaire car l'onde réfléchie et l'onde incidente n'ont pas la même amplitude.